

Ф.Г. Петрова

**матема-  
тические  
вечера**

Ф. Г. Петрова

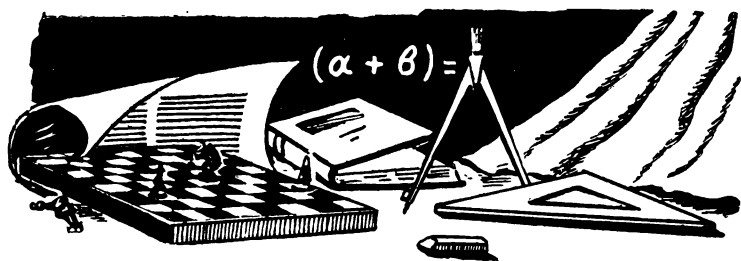
# Матема- тические вечера

Издательство «Удмуртия»  
Ижевск ● 1968

Издание второе,  
исправленное, дополненное.

Благодарю профессора И. Я. Демана за его ценные замечания к первому изданию этой книги.

Ф. Петрова



«Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упускать случая сделать его немного занимательным», — сказал Б. Паскаль.

Сделать математику «немного занимательной» помогает внеклассная работа: математические кружки, математические экскурсии, кружки по изготовлению наглядных пособий, математические олимпиады, математические вечера. К сожалению, математические вечера менее всего распространены в школах, хотя они — интересное и полезное внеклассное мероприятие. Как и другие виды внеклассных работ, математические вечера обогащают знания учащихся, прививают любовь к предмету, вырабатывают навыки исследовательской работы.

По просьбе многих учителей республики в книге предлагаются темы и разработки математических вечеров.

В подготовке и проведении вечеров, особенно в подборе задач, активно участвовали студенты физико-математического факультета Удмуртского государственного педагогического института.

## **I. ОРГАНИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЕЧЕРОВ**

### **ТЕМЫ ВЕЧЕРОВ**

#### **Исторические**

1. Как люди научились считать.
2. История развития понятия числа.
3. История возникновения дробей.
4. История логарифмов.



5. История возникновения учебников по математике.
6. История математических символов.
7. Мир чисел.
8. От Евклида до наших дней.

### **Великие русские математики**

1. Л. Ф. Магницкий и его арифметика.
2. С. В. Ковалевская.
3. Н. И. Лобачевский.
4. П. И. Чебышев.
5. Советские математики (О. Ю. Шмидт, А. Н. Крылов, Л. С. Понтрягин и др.).
6. Создатели школьных учебников по математике (А. Киселев, Н. Рыбкин, П. Ларичев, Н. Никитин, А. Барсуков и др.).

### **Математика в жизни человека**

1. Математика на производстве.
2. Математика в сельском хозяйстве.
3. Математика в природе.
4. Время и его измерение.
5. Математика на каждом шагу.
6. Роль и значение математики в развитии науки и техники и т. д.
7. Вычислительные машины.

### **ПОДГОТОВКА К ВЕЧЕРУ**

Ученики старших классов — ближайшие помощники учителя в подготовке к вечеру. Им можно поручить составление докладов, оформление аудиторий. Они же под руководством учителей могут составить и программу вечера.

Нельзя думать, что всю возложенную на них работу ученики выполняют отлично. Но уже то, что они будут знакомиться с литературой, даст многое. Учащиеся приобретут навыки самостоятельной творческой работы.

Нельзя забывать, что оформление вечера должно отражать основную его тему. Яркое, со вкусом сделанное оформление сразу же заинтересует ребят.

Если вечер не связан с вопросами учебного плана и не требует трудоемкого оформления, его можно подготовить за 1—2 месяца. При подготовке к вечеру следует обратить

внимание на теоретическую часть (подбор материала для докладов) и оформление вечера (плакаты, изречения и т. п.).

## **СОДЕРЖАНИЕ ВЕЧЕРА**

### **Доклады**

Докладов может быть один, два и более. Если доклад только один, его рассчитывают на 20—25 минут. Если намечается несколько докладов, то продолжительность всех их не должна превышать часа.

### **Художественная часть**

Отдельные номера художественной самодеятельности желательно чередовать с играми и аттракционами. Можно пустить художественную часть и сразу после докладов.

### **Математическая викторина**

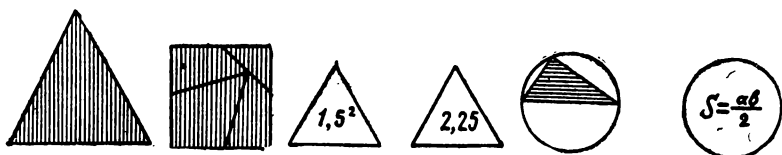
Задачи викторины должны быть различной трудности. Легкие задачи включаются для того, чтобы активными участниками вечера были и слабые ученики.

Ответственные за викторину предварительно решают все задачи. Каждую задачу, в зависимости от ее трудности, нужно оценить определенным количеством очков. Для решения задачи устанавливается определенное время.

Лучше всего викторину провести письменно. Содержание задач участники викторины не пишут, а записывают только решения и ответы. Собранные решения поступают в распоряжение жюри. Учащиеся, получившие большее число очков или давшие оригинальные решения задач, премируются.

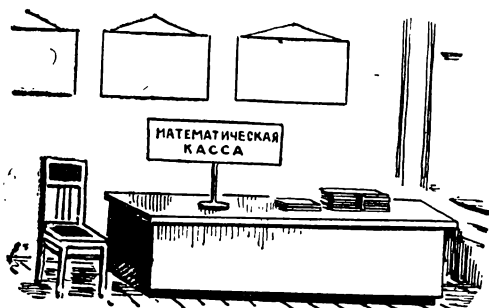
### **Математические игры**

Математические игры и фокусы можно найти в книгах: **А. П. Доморяд.** Математические игры и развлечения. **В. Литцман.** Веселое и занимательное о числах и фигурах. **Мартин Гарднер.** Математические чудеса и тайны. **Б. Кордемский.** Пять минут на размышление. **Я. И. Перельман.** Занимательная арифметика.



## Математические танцы

Танцующие получают заранее приготовленные жетоны (вырезать из бумаги, картона). На одних жетонах — задачи, на других — ответы к задачам. Получивший жетон должен найти свою пару. Танцующие не со своей парой штрафуются.



## Математическая касса

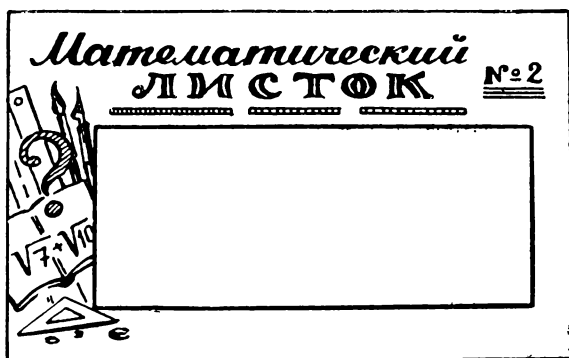
Большим успехом на вечерах пользуется математическая касса, в которой сосредоточены задачи. Участник вечера берет задачу из кассы и, решив ее, возвращает обратно. (Каждая задача по степени трудности выражается в очках.)

В конце вечера кассиры с членами жюри подводят итоги работы: учитывают число участников кассы, количество решенных задач каждым, подсчитывают количество набранных очков и объявляют победителей.

Математическую кассу можно устроить у входа в зал. Она также выдает карточки с задачами, но решения задач в этом случае служат пропуском на вечер. «Контролеры» должны знать решения всех задач.

## Оформление аудитории

Для проведения математического вечера можно использовать зал или один из классов.



В зале хорошо провести доклады, художественную часть и танцы, в одном из классов организовать комнату занимательной математики.

В зале неплохо повесить портреты великих математиков, плакаты с изречениями великих людей о математике. В комнате занимательной математики должны быть занимательные и старинные задачи, математические газеты.



В этой же комнате установить стенды «Знаете ли вы?», «Известно ли вам?». Полезные для запоминания сведения дать под заголовком «Запомните!». Гирлянды из математических фигур могут служить украшением для окон, дверей и потолков. Вся обстановка должна быть такой, чтобы участники вечера почувствовали себя в мире математики.

Пропуском на вечер служит решенная задача. Задачи проверяют у входа два-три более подготовленных ученика.



## МИР ЧИСЕЛ

(вечер для учащихся 5—6 классов)

Вечер открывает мальчик или девочка примерно такими словами:

— Сегодняшний математический вечер посвящается миру чисел. Вы на вечере узнаете немного об истории чисел и о некоторых числовых диковинках.

Открывается занавес.

На сцену выходят разговаривая два ученика. Назовем их Вова и Саша.

Вова. Я сегодня в одной книге прочитал, что когда-то была объявлена большая премия тому, кто напишет книгу на тему: «Как человек без математики жил».

Саша. Ну и кому удалось получить эту премию?

Вова. Никому. Не нашлось такого человека, который сумел бы написать такую книгу.

Саша. Вова! Неужели и в глубокой древности не было такой эпохи, когда люди не знали математики?

Вова. Не знаю. В книгах пишут, что люди научились считать с незапамятных времен.

Саша. А как считали древние люди?

Вова. Первоначально считали до двух и только конкретные предметы. Если предметов было больше двух, считали: один камень, два камня и много камней. Отвлеченного счета без предметов, как сейчас, не было.

Саша. Человек умел считать до двух, наверное, потому, что у него две руки и две ноги?

Вова. Может быть, и так. От умения считать до двух человек перешел к счету двойками. Это наподобие того, что сейчас некоторые предметы считают десятками, дюжинами.

Саша. Счет двойками называют двоичной системой.

Вова. А наша система счета десятками называется десятичной.

С а ш а. В книгах написано, что современные сложные вычислительные машины пользуются двоичной системой.

В о в а. Это верно. А вот в некоторых древних государствах была пятеричная система, это по числу пальцев на одной руке.

С а ш а. Может быть, отсюда и возникли некоторые способы вычисления на пальцах. Если забудешь таблицу умножения, можно воспользоваться пальцами. Об этом нам расскажут девочки.

Выходят две девочки.

Первая девочка. Мы вам покажем, как при помощи пальцев можно умножать числа от 5 до 10.



Вторая девочка. Пусть нам нужно умножить 6 на 7. На одной руке возьмем столько пальцев, на сколько 6 больше 5, то есть 1 палец, а на другой руке — столько, на сколько другой множитель больше 5, то есть 2 пальца. 1 палец на одной руке да 2 пальца на другой руке составят десятки. Получили 3 десятка. К этим трем десяткам прибавим произведение чисел загнутых пальцев. На одной руке 4 загнутых пальца, а на другой — 3. Их произведение — 12. К трем десяткам прибавляем 12 единиц и получаем число 42, то есть наш счет только подтвердил, что 6 умноженное на 7 равняется 42.



Первая девочка. Я еще покажу пример умножения 8 на 9. На одной руке 2 согнутых пальца, на другой — 1. Число несогнутых пальцев 7, это десятки. Произведение согнутых пальцев равно 2. 7 десятков да 2 единицы дают 72. (Уходят).

С а ш а. А как раньше писали числа?

В о в а. Писать научились не сразу. Первоначально некоторые народы на деревьях делали зарубки, а некоторые делали узлы. Как долго продолжалась такая запись чисел, неизвестно.

С а ш а. В истории написано, что древние люди знаки чисел записывали на папирусе, а вот как записывали?

В о в а. В древнем Египте числа писали так. (Показывает таблицу).

С а ш а. А в древнем Вавилоне числа записывали так. (Показывает таблицу. Затем показывает таблицы чисел

*древнего Рима и древней Руси с соответствующими комментариями).*

А сейчас нам покажут запись современных чисел.

Стихотворение С. Я. Маршака «От одного до десяти» учащиеся читают в лицах. У каждого на груди приколот цифра. На сцену одна за другой выходят цифры.

1. Вот один, иль единица,  
Очень тонкая, как спица.
2. А вот это цифра два.  
Полюбуйся, какова.  
Выгибает двойка шею,  
Волочится хвост за нею.
3. А за двойкой — посмотри —  
Выступает цифра три.  
Тройка — третий из значков.—  
Состоит из двух крючков.
4. За тремя идет четыре,  
Острый локоть оттопыря.
5. А потом пошла плясать  
По бумаге цифра пять.  
Руку вправо протянула,  
Ножку круто изогнула.
6. Цифра шесть — дверной замочек:  
Сверху крюк, внизу кружочек.
7. Вот семерка — кочерга,  
У нее одна нога.
8. У восьмерки два кольца  
Без начала и конца.
9. Цифра девять, иль девятка,—  
Цифровая акробатка:  
Если на голову встанет,  
Цифрой шесть девятка станет.
0. Цифра вроде буквы О  
Это ноль, иль ничего:  
Круглый ноль такой хорошенький,  
Но не значит ничегошеньки!
10. Если ж слева, рядом с ним,  
Единицу поместим,  
он побольше станет весить,  
потому что это — десять.

На сцену выходит ведущий с указкой в руке.

**Ведущий.** Сейчас познакомимся с галереей замечательных чисел. Они у нас все здесь. (*О каждом числе рассказывает отдельный ученик*).

**2.** Число 2 является основанием самой любопытной системы счисления. Эта система применяется в современных вычислительных машинах.

**5.** Число 5. Мы им пользуемся при округлении чисел. Кроме того, пятерка — самая желанная отметка для ученика.

**9.** Число 9. Оно нам помогает проверять правильность арифметических действий.

**12.** Всем известно число 12. Его называют дюжиной. Оно соперничает с десятью. Мы имеем 12 месяцев в году, две дюжины часов в сутки. Час делится на 5 дюжин-минут, минута делится на 5 дюжин-секунд. Круг имеет 30 дюжин-градусов.

**13.** Число 13 сосед 12. 13 называют «чертовой дюжиной». Это число ничем не замечательно, разве только тем, что его не любят суеверные люди. В некоторых странах не дают домам 13-й номер, не дают этот номер ни трамваям, ни автобусам, 13 числа не отправляются в путь корабли. Мы знаем, что это предрассудки.

**365.** Одну особенность числа 365 вы знаете все (*обращается к публике*). Кто скажет, чем замечательно это число? (Ответ из зала: *Это число дней в году*). Число 365 еще замечательно тем, что оно является суммой квадратов трех последовательных чисел 10, 11 и 12, то есть  $10^2 + 11^2 + 12^2 = 365$  и суммой квадратов двух следующих чисел, то есть  $365 = 13^2 + 14^2$ . Это свойство числа 365 изображено на картине Рачинского «Трудная задача».

**999.** Очень интересным является наибольшее трехзначное число — 999. Умножение трехзначного числа на 999 можно заменить вычитанием данного числа из числа, полученного умножением этого числа на 1000. Например, чтобы умножить 728 на 999, нужно 728 умножить на 1000 и вычесть из произведения 728. ( $728 \times 999 = 728 (1000 - 1) = 728\,000 - 728 = 727\,272$ ).

**1001.** Число 1001 называется числом Шехерезады. Это число делится без остатка на три последовательных простых числа: 7, 11 и 13 и является произведением этих чисел. Если трехзначное число умножить на 1001, то в произведении получится шестизначное число, написанное



дважды множимым ( $893 \times 1001 = 893\,893$ ). ( $893 \times 1001 = 893\,(1001 + 1) = 893\,000 + 893 = 893\,893$ ).

Ведущий. Существует еще много замечательных чисел, но обо всех за один раз не расскажешь.

После небольшого перерыва организовать всевозможные игры и аттракционы, среди которых большое место должны занять математические фокусы и развлечения. Это — отгадывание задуманного числа. Волшебная карта. Не открывая кошелька. Кто что взял. Отгадывание математических кроссвордов, ребусов. Решение занимательных задач и головоломок. Волшебные весы.

### Знаете ли вы!

В исторических и некоторых задачах, заимствованных из старых русских задачников, встречаются слова, вряд ли понятные многим читателям. Вот они:

1 алтын=3 копейки.

1 копейка=2 деньги=4 полушки=2 гроша.

1 гривенник=10 копеек.

Полторажды — это значит 1,5.

Полтретья=2,5.

Полчетвертажды=3,5.

Полпята=4,5.

В XV веке в Самарканде, в знаменитой обсерватории Улугбека, работал ученый Джемшид ал-Каши, который впервые ввел в науку десятичные дроби. Приблизительно через 175 лет дает эти правила Стевин.

Д. ал-Каши нашел, что  $2\pi = 6,2831853071795865$ , и все 17 знаков верные!

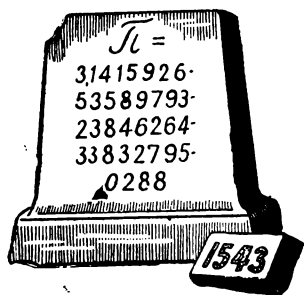
Архимед же в своих вычислениях числа  $\pi$  дошел только до 96-угольника.

В Европе Франсуа Виет в 1593 году вычислил стороны 393 216-угольника ( $3 \times 2^{17}$ ) и нашел для  $\pi$  значение с 9-ю верными знаками.

И только через 200 лет после ал-Каши (1615 г.) Ван Цейлен нашел  $\pi$  с точностью до 34 знака.

Английский математик Шенкс при помощи карандаша и бумаги вычислял значение  $\pi$  с 707 десятичными знаками в течение 15 лет.

Вычислительная машина вычислила значение  $\pi$  с 2048 десятичными знаками менее чем за сутки. Шенкс пропустил ноль при переписывании.



## ИСТОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИМВОЛОВ

Вечер можно провести с учащимися любых классов. Для учащихся младших классов подобрать материал, доступный для их понимания, а для старшеклассников расширить объем данного материала.

Девизом вечера можно взять слова *«Как и все другие науки, математика возникла из практических нужд людей, из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из счисления времени и из механики»* (Ф. Энгельс).

*«Математика, являясь самой древней из всех наук, вместе с тем остается вечно молодой»* (М. Келдыш).

*«Мысль выражать все числа знаками, придавая им, кроме значения по форме, еще значение по занимаемому месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно осознать, насколько она удивительна»* (Лаплас (1749—1827)).

На стены зала повесить таблицы с записями цифр и чисел разными народами в разные эпохи, портреты математиков, особенно древних, и математиков Средней Азии, внесших свой вклад в создание математических символов.

Историю математической символики можно изложить в виде небольших докладов.

### ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДОКЛАДОВ

Человечество говорит более чем на 2000 языках. Каждая народность имеет свой язык, свою культуру. Но есть язык, который понятен каждому грамотному человеку, это язык математики. Математическая символика во всем мире одна и та же. Любая формула, любое математическое выражение, записанное при помощи цифр и знаков действий, имеет один и тот же смысл для всех народов. К этому международному языку математики люди пришли не сразу. Путь был длинный и сложный. Считать

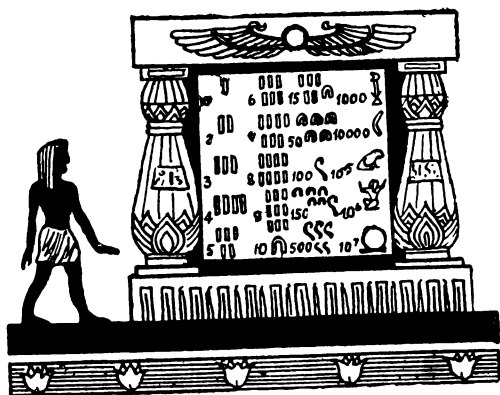


люди стали давно, еще тогда, когда о письменности не было никакого понятия. При счете, видимо, очень долго ограничивались числами *один* и *два*. Число *три* появилось позднее. Много времени спустя появились и другие числа. От умения считать до умения записывать числа прошли тысячелетия. Первоначально устному счету сопоставляли камешки, зарубки на палочках, на деревьях, узлы и постепенно перешли к условным записям. Кто первый начал писать числа,— неизвестно. В далеком прошлом системы цифр у различных народов на различных ступенях их культурного развития были различны.



### Египетские цифры

Древние числовые записи египтян относятся к 3300 годам до н. э. До нас дошли два древних математических папируса: папирус Райнда, написанный Ахмесом примерно в XVIII—XVII вв. до н. э. (сейчас он хранится в Британском музее в Лондоне), и Московский папирус, относящийся к более раннему периоду (он находится в Москве, в музее им. Пушкина). По папирусам и другим источникам установлено, что изображение цифр в Египте прошло три стадии. Система счисления была десятичной.

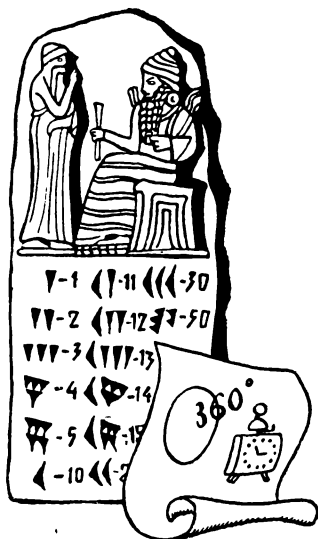


## Вавилонские цифры

Вавилонская культура такая же древняя, как и египетская. По многочисленным раскопкам, произведенным в XIX и XX вв. н. э., обнаружено большое количество глиняных таблиц с изображением чисел. Эти таблицы пролежали в земле до 5000 лет. На первых порах вавилоняне обозначали числа в виде лунок и кругов. Луночка изображала единицу, а круг — 10.

Позднее числа стали изображаться клиньями. Один клин изображал единицу, а два клина, соединенные под углом, изображали 10.

В клинописной шестидесятеричной системе записи чисел был осуществлен позиционный принцип. Вавилонской шестидесятеричной системой счета мы пользуемся и сейчас при делении часа на 60 минут и минуты на 60 секунд. Подобное сохранилось и в делении окружности.



## Греческие цифры

Древние греки имели числовые знаки еще до расцвета греческой культуры. Первоначальный способ записи числовых знаков называется аттическим, по месту его возникновения, или геродиановым, по имени Геродиана (II—III вв. н. э.), по трудам которого известны знаки чисел. По этой системе числа обозначались первыми буквами их названия. Система эта продолжалась до I века н. э.

Еще около 500-го года до н. э. возникла другая система греческой нумерации — ионическая. В этой системе для обозначения чисел применялись буквы алфавита и даже такие буквы, которые уже к тому времени вышли из употребления. Имели обозначения все числа до 10, полные десятки и полные сотни. По этой системе запи-

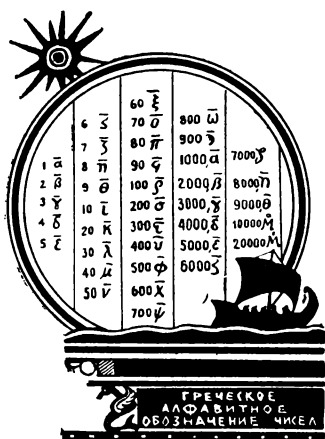


сывались все числа до  $10^8$ —1. Ионическая система близка к позиционной. Этой системой пользовались в своей работе Архимед и Аполлоний.

## Римские цифры

Римская нумерация имеет очень древнее происхождение. При составлении нумерации римляне пользовались принципом сложения, вычитания и частично деления. В написании чисел 3-III, 6-VI применяется принцип сложения. По принципу вычитания написаны IV-4, IX-9. Принцип деления осуществлен в написании V-5. Это половина X-10.

Римская система нумерации десятичная, но не позиционная! Нуля нет.



## Китайская нумерация

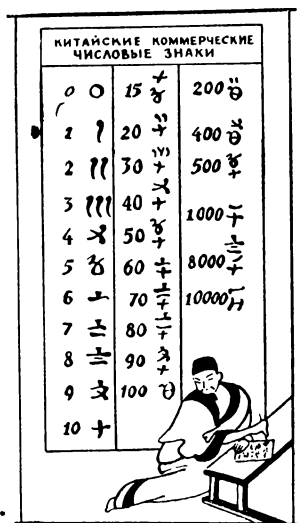
Китайская культура — одна из древнейших культур мира. Самая древняя китайская книга по математике относится приблизительно к 1000 гг. до н. э.

По устройству счетного прибора *суанпан* можно заключить, что в древнем Китае была пятеричная система счисления. До недавнего прошлого в Китае употреблялись такие числовые знаки.

## Индийская нумерация

Древние народы Индии имели очень высокую культуру, но памятников древней математики почти не осталось.

До возникновения позиционной системы в некоторых районах Индии пользовались цифрами карошти. Это была десятичная непозиционная система.



Полагают, что позиционная система счисления возникла в Индии не позднее начала нашей эры, но документами такие предположения не доказаны.

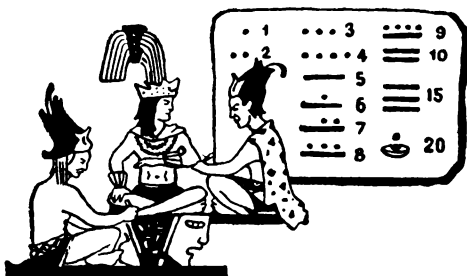
Какой народ изобрел позиционную систему? На этот вопрос ученые еще не дали точного ответа, но большинство из них склонны думать, что нуль и позиционная система счисления зародились в Индии.

## Нумерация народов майя

В центральной Америке на полуострове Юкатан жил индейский народ майя, имевший в VI—VIII вв. н. э. высокую культуру. Этот народ имел две системы записи чисел. Одна система применялась в повседневной жизни. Вторая система применялась, главным образом, в календарных

расчетах и была позиционной двадцатеричной. Числа в системе записывались так (см. рис.).

В написании чисел народом майя можно видеть остатки пятеричной системы.



## Славянская нумерация

Славяне пользовались десятичной алфавитной нумерацией. Над числами-буквами ставили особый знак «титло». Для обозначения больших чисел славяне пользовались одной какой-либо буквой, обрамленной соответствующим бордюром.

В России до XVIII века употреблялась славянская нумерация.

Первая математическая рукопись в России появилась в XII веке. Это — «Кирика

АЛФАВИТНОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ ЧИСЕЛ КИРИЛЛИЦЕЙ			
1 -	Ѧ	50 -	Ѧ
2 -	Ѧ	60 -	Ѧ
3 -	Ѧ	70 -	Ѧ
4 -	Ѧ	80 -	Ѧ
5 -	Ѧ	90 -	Ѧ
6 -	Ѧ	100 -	Ѧ
7 -	Ѧ	200 -	Ѧ
8 -	Ѧ	300 -	Ѧ
9 -	Ѧ	400 -	Ѧ
10 -	Ѧ	500 -	Ѧ
20 -	Ѧ	600 -	Ѧ
30 -	Ѧ	700 -	Ѧ
40 -	Ѧ	800 -	Ѧ
		900 -	Ѧ
		1000 -	Ѧ
		2000 -	Ѧ
		4000 -	Ѧ
		5000 -	Ѧ
		7000 -	Ѧ
		8000 -	Ѧ
		10000 -	Ѧ
		200000 -	Ѧ
		ЛЕГІОН А	Ѧ
		ЛЕОАР А	Ѧ
		КОРОН А	Ѧ
		КОЛОДА А	Ѧ



Диакона и Доместика Антониева монастыря учение, им-же ведати человеку числа всех лет». Числа в этой книге были выражены в алфавитной нумерации. Десятичная позиционная система нумерации появилась в России в XVII веке. В книге Магницкого «Арифметика сиречь наука числительная...» вычисления ведутся на индусских числах, а страницы пронумерованы старославянскими числами.

## Дроби

Дроби возникли не как результат деления целых чисел. Они возникли в процессе измерения, как определенные части некоторых определенных мер. Раньше дроби считались самым трудным разделом математики. Единой записи дробей, как и целых чисел, не было.

В древнем Египте были дроби только с числителем, равным единице, дроби вида  $\frac{1}{n}$ , так называемые аликвотные дроби, и еще была дробь  $\frac{2}{3}$ . Дроби с числителем, отличным от единицы, записывали как сумму аликвотных дробей, например,  $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ .

Для дробей был единый знак в виде овала, затем этот овал выродился в точку, и дробь выражалась знаком знаменателя с точкой над ним ( $\frac{1}{3} = \dot{3}$ ).

Греки, как и египтяне, первоначально имели дроби только с числителем, равным единице, и записывали их словами, а позже символами, например, дробь  $\frac{1}{23}$  запи-

сывали так:  $\chi \gamma'$

Герон Александрийский (1 век до н. э.) применял дроби общего вида.  $\frac{m}{n}$  и записывал их без дробной черты, числитель и знаменатель ставил рядом, причем числитель записывал с одним штрихом, а знаменатель записывал дважды и отмечал двумя штрихами, например,  $\frac{2}{5}$  записывал так:  $\beta' \epsilon'' \epsilon''$ .

У греков был знак, заменяющий слово «получается»

$\pi$  , назывался этот знак «гигнестай».

Диофант (III в. н. э.) дроби записывал почти так же, как и мы, только над чертой писал знаменатель, а под чертой — числитель или записывал числитель, слово частица и затем знаменатель.

Индусы при изображении простой дроби числитель записывали под знаменателем, а дробной черты не имели. При записи смешанного числа целую часть писали над числителем, например,  $\frac{1}{3}$  записывали так:  $\frac{1}{3}$ ;  $2\frac{1}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ .

Аналогичная запись встречается у таджикских ученых. В XIV веке н. э. встречается такая запись дробей

$$\frac{3}{5} = 3\overline{5}, \quad \frac{4}{7} = 4\overline{7}, \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} = \div, \quad 4\frac{1}{2} = 4\div.$$

Дробная черта начала применяться в XIII веке, но в постоянное употребление она вошла только в XVI веке.

В древнем Вавилоне существовали шестидесятеричные дроби, т. е. дроби, знаменателями которых являлись степени числа 60.

В древней Руси основными дробями были

$$\frac{1}{2} — \text{«половина», «пол»}$$

$$\frac{1}{3} — \text{«треть»}$$

$$\frac{1}{4} — \text{«четверть» или «четь»}$$

$$\frac{1}{6} — \text{«полтрети»}$$

$$\frac{1}{8} — \text{«полчети»}$$

$$\frac{1}{12} — \text{«пол-полтрети»}$$

$$\frac{1}{16} — \text{«пол-полчети»}$$

$$\frac{1}{24} — \text{«пол-пол-полтрети»}$$

$$\frac{1}{32} — \text{«пол-пол-полчети» или «малые чети»}$$

Остальные дроби выражались посредством сложения и вычитания основных дробей.

Все народы дробь называли «ломаным числом».



## Десятичные дроби

Предшественниками десятичных дробей явились шестидесятеричные дроби древних вавилонян.

Некоторые элементы десятичной дроби встречаются в трудах многих ученых Европы в XII, XIII, XIV веках. Полную теорию десятичных дробей дал узбекский ученый Джемшид Гиясэддин ал-Каши в книге «Ключ к арифметике», изданной в 1424 году. Но этот труд до европейских ученых своевременно не дошел. Только через 150 лет после выхода этой книги (1585) фламандский ученый Симон Стевин в своей книге «О десятичной» описал правила действия с десятичными дробями. Его и считают изобретателем десятичных дробей. Стевин десятичные дроби записывал так:  $0,3752 = 3 \textcircled{1} 7 \textcircled{2} 5 \textcircled{3} 2 \textcircled{4}$  или  $5,693 = 5 \textcircled{0} 6 \textcircled{1} 9 \textcircled{2} 3 \textcircled{3}$

У других авторов встречалась запись  $3,7 = 3 \textcircled{0} 7$  или  $3/7$ , или целую часть записывали чернилами одного цвета, дробную — чернилами другого цвета.



Современную запись, т. е. отделение целой части запятой, предложил Кеплер (1571—1630 гг.).

В странах, где говорят по-английски (Англия, США, Канада и др.), и сейчас вместо запятой пишут точку, например, 2,3 пишут 2.3 и читают: два точка три.

### Происхождение знаков действия



Цифры, как известно, до недавнего прошлого у различных народов имели различное обозначение. Знаков действий не было, была словесная математика. У египтян и вавилонян были некоторые иероглифы для обозначения таких понятий, как: *составляет, будет, равно, больше, меньше*. В папирусе Райнда, написанном писцом Ахмесом, есть такая задача: две трети кучи, полкучи, одна седьмая кучи, да вся куча вместе — тридцать три. Чему равна куча? В этой задаче термином «куча» была выражена неизвестная вели-

$x^0$	$\overset{\circ}{M}$	действий не было, была словесная математика.
$x^1$	$\mathcal{S}$	У египтян и вавилонян были некоторые иероглифы для обозначения таких понятий, как: <i>составляет, будет, равно, больше, меньше</i> .
$x^2$	$\Delta^r$	В папирусе Райнда, написанном писцом Ахмесом, есть такая задача: две трети кучи, полкучи, одна седьмая кучи, да вся куча вместе — тридцать три.
$x^3$	$K^r$	Чему равна куча? В этой задаче термином «куча» была выражена неизвестная вели-
$x^4$	$\Delta^r \Delta$	
$x^5$	$\Delta K^r$	
$x^6$	$K^r K$	

чина и обозначена иероглифом в виде совы. Действия сложения и вычитания были выражены соответственно иероглифами  и . Около 250 года нашей эры гре-

ческий ученый Диофант в своих сочинениях применял некоторые условные обозначения, или некоторые термины обозначал первыми буквами. Неизвестное он обозначал буквой  $S^1$ , единицу буквой  $\mu^1$ . Были символы и для обозначения степеней неизвестных и величин им обратных.

Знака сложения у Диофанта не было, слагаемые он писал рядом, аналогично тому, как мы пишем  $2 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$ .

Знаком вычитания был знак , или . При деле-

нии делимое ставилось над делителем. Знаком равенства служила буква  $i$  — первая буква греческого слова «изос».

Индийские ученые некоторые математические понятия обозначали первыми буквами их названий. Знака сложения не было. Знаком вычитания служила точка над вычитаемым. При делении делимое писалось над делителем.

При наличии многих неизвестных для обозначения их применялись чернила разных цветов.

В XV веке знаком сложения была буква  $p$  — первая буква латинского слова «*plus*» — более, знаком вычитания — буква  $m$  — первая буква латинского слова «*minus*» — менее. Для сложения применяли еще латинское слово «*et*», означающее «и», которое, как полагают, постепенно видоизменяясь, стало записываться «+». История возникновения «+» и «—» точно не установлена.

Знаками умножения и деления в XVI веке служили соответственно буквы  $m$  и  $d$ . Знак умножения ( $\times$ ) в 1631 году ввел Аутрид. Точка в качестве умножения использовалась некоторыми математиками еще с конца XV века и до начала XVII века. В полной мере этот знак начал применять Лейбниц в 1693 году. С этого времени он вошел в обиход.

Знак деления ( $:$ ) впервые встречается в 1633 году у Джонсона. В это же время знаком деления служил еще символ «÷», который встречается и сейчас в Англии и Америке. Горизонтальная черта вместо знака деления стала употребляться давно. Ею пользовались Герон и Дио-

фант. В XII веке она встречалась у арабов. От арабов ее заимствовал Фибоначчи. Широкое употребление горизонтальная черта нашла с XVI—XVII веков.

Знак равенства ( $=$ ) ввел английский врач Роберт Рикорд в 1557 году в книге «Оселок остроумия». В XVI—XVII веках знак равенства писали еще так ( $\parallel$ ) или писали словом равняется. Твердое признание и закрепление современный знак равенства нашел у Лейбница.

Знак и больше  $>$  и меньше  $<$  введены Харриотом в 1631 году.

Скобки круглые и квадратные введены в XVI веке. В XVII веке вместо скобок над всем выражением, которое надо заключить в скобки, ставили горизонтальную черту: Так поступали Харриот, Декарт, Ньютон. Фигурные скобки впервые употребил Виет в 1593 году. Сам термин «скобки» введен Эйлером. Широкое применение получили скобки лишь в первой половине XVIII века благодаря Лейбницу и Эйлеру.

Знак  $\%$ , как полагают, произошел от итальянского слова cento — сто, которое писалось сокращенно с-to. До знака  $\%$  оно дошло путем упрощения в скорописи.

До XVI века пропорции записывались словами, а позднее стали появляться сокращенные способы записи. В индийской записи XII века указывается такая запись пропорции

10	163	4	163
1	60	1	150

что по-современному запи-

шется так:  $10 : \frac{163}{60} = 4 : \frac{163}{150}$ .

Математики Средней Азии пропорцию  $X : 84 = 12 : 7$  записывали так:  $> : 84. 12 : 7$ , где  $>$  обозначает неизвестный член. Оутред в 1613 году пропорцию  $a : b = c : d$  записывал так  $a : b :: c : d$ , где знак  $::$  означал подобие. Декарт пропорцию  $7 : 12 = 84 : 144$  записывал так:  $7/12/84/144$ . Современная запись пропорции была введена Лейбницем в 1693 году.

## Отрицательные числа

Впервые сведения об отрицательных числах и некоторых правилах действий над ними встречаются у китайских математиков во 2 веке до н. э. Отрицательное число здесь рассматривается как долг; полного понимания его

нет. Обозначают китайцы отрицательные числа чернилами другого цвета. Позднее отрицательные числа встречаются в трудах индийских математиков, которые ставят над этими числами точку, например, 3 индусы писали  $\dot{3}$ , 15 писали  $\dot{15}$ .

До эпохи Возрождения отрицательные числа рассматривались как «ложные», меньшие, чем ничто. Понятие об отрицательном числе, как числе меньше нуля, первым вводит немецкий математик Штифель (ок. 1486—1567). Декарт дает им реальное истолкование, предлагая отрицательные числа откладывать на числовой оси влево от нуля. Вначале отрицательные числа записывали в виде  $\bar{3}$ . В XIX веке возникла современная запись.

### Буквенная символика

Буквенную символику в математику ввел в конце XVI века французский ученый Виет (1540—1603). Он предложил известные обозначать большими гласными буквами, а неизвестные—согласными, искомое буквой N. Он же ввел термин «коэффициент», что по латыни coefficient—содействующий.

Английский ученый Харриот (1631) большие буквы, предложенные Виетом, в свою очередь, предложил заменить малыми.

Декарт (1596—1650) рекомендовал известные обозначать первыми буквами латинского алфавита  $a, b, c$ , а неизвестные—последними  $x, y, z$ . Он же впервые ввел символы  $a^2, a^3$  и т. д.

Ньютон в 1671 году для обозначения степени с произвольным показателем предложил символ  $a^{12}$ . Слово показатель впервые встречается у немецкого математика Штифеля.

### Степени и корни

В древнем Вавилоне более чем за 3000 лет до нашей эры умели находить приближенное значение квадратного корня из данного числа.

За 2000 лет до нашей эры китайцы извлекали квадратный корень из числа современными способами. Приближенно вычисляли квадратный корень ученые Индии и Средней Азии. Кто первый открыл этот способ—неизвестно. Знака корня не было. В XIII веке европейские математики корень обозначали латинским словом radix (ко-

рень) или сокращенно Rφ. Корень квадратный записывали Rφq, корень кубичный RφC. Корень  $\sqrt{15}$  записывали так: Rφq 15, корень  $\sqrt[3]{26}$  записывали RφC 26. В XV веке Шюке писал R<sup>2</sup>15 вместо  $\sqrt{15}$ . Немецкие алгебраисты квадратный корень изображали точкой впереди числа, корни высших степеней — несколькими точками. Полагают, что путем скорописи точки перешли в черточки и образовался знак  $\sqrt{\phantom{x}}$ . Этот знак впервые встречается в алгебре Рудольфа, изданной в 1525 году.

Указанным знаком корня пользовались М. Штифель и С. Стевин. Но Стевин корень квадратный обозначал так:

$\sqrt{2}$ , корень кубичный —  $\sqrt[3]{3}$ . В 1626 году Жирар

корни обозначал так:  $\sqrt{\phantom{x}}$  — корень квадратный,  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  — корень кубичный. Затем корень стали писать так:  $\sqrt{abc}$  — над подкоренным выражением ставили черточку. И только Декарт довел знак корня до современного вида, соединив знак корня с горизонтальной чертой.

До XVI века считали, что возведение в степень и извлечение корня — это различные действия. Ученый С. Стевин предложил понимать под корнем  $n$ -й степени степень

числа с дробным показателем, т. е.  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ . До него степени с дробным показателем встречаются у французского математика Оремса (около 1323—1382). Отрицательные показатели степеней встречаются в сочинении Шюке «Наука о числах в трех частях» в XV веке.  $a^0 = 1$  впервые ввел в алгебру узбекский ученый ал-Каши (XV век). Нулевым, дробным и отрицательным показателем впервые широко пользовался немецкий математик Штифель (1486—1567). Полная теория степеней была создана европейскими учеными в XVII веке. Логарифмы одновременно и независимо друг от друга изобрели шотландец Джон Непер (1550—1617) и швейцарец Иобст Бюрги (1552—1632). Генри Бригс — профессор Оксфордского университета составил таблицу логарифмов с основанием 10. Вместе с первыми таблицами возник символ  $\log$ . Первые таблицы логарифмов на русском языке появились в 1703 году при участии Магницкого.

Понятие о мнимом числе ввел Декарт. Обозначение  $\sqrt{-1} = i$  введено по предложению Эйлера.

## ГЕОМЕТРИЯ

### История развития геометрических символов

Геометрия возникла в глубокой древности. Слово «геометрия» греческого происхождения, «ге» — земля, «метрайн» — измерять — означает «землемерие». Первый дошедший до нас труд — «Начала» Евклида (III в. до н. э.). Эта книга вобрала в себя все то, что знало человечество по математике и явилась одной из наиболее распространенных книг в мире.

В основном все символы, все условные обозначения, имеющиеся в школьных учебниках, дошли до нас из «Начал». В книге прямые, кривые отрезки обозначаются буквами. Буквами обозначаются вершины фигур. Еще древнегреческие ученые треугольник обозначали символом  $\triangle$ , прямоугольник символом  $\square$ . В III веке н. э. слово «окружность» заменяли символом  $\bigcirc$  и слово «четырёхугольник» — символом  $\square$ . В XVII веке были введены следующие символы:

- $\angle$  — угол,
- $\square$  — прямой угол,
- $\perp$  — перпендикуляр,
- $\bigcirc$  — круг,
- $\frown$  — часть окружности (дуга).

Большинство геометрических терминов имеет греческое и латинское происхождение.

В XIII веке для обозначения параллельности употреблялся знак  $=$ . В XVIII веке, после того, как знаком  $=$  стали обозначать равенство, параллельность стали изображать знаком  $\parallel$ .

Символ  $\pi$  для обозначения длины окружности к диаметру впервые встречается в 1706 году, но в широкое употребление ввел его Эйлер.

## ТРИГОНОМЕТРИЯ

Слово «тригонометрия» — греческое. Оно состоит из двух слов «тригон» — треугольник и «метрайн» — измерение треугольников. Тригонометрия вместе с астрономией впервые возникла в Вавилоне, Египте, Индии и Китае за 2—3 тысячи лет до нашей эры. Историки отмечают, что в старинных китайских рукописях того времени содержатся сведения по астрономии, где производятся вычисления тригонометрического характера.

Большое значение в формировании тригонометрии имеют труды ученых древней Греции и Индии.

Во II веке до н. э. знаменитый астроном Гиппарх составил таблицы хорд окружностей. Таблицы долгое время служили для вычисления углов. Другой греческий ученый Клавдий Птолемей составил таблицу хорд в шестидесятеричной системе счисления. Окружность он делил на 360 частей (по нашему на градусы). Диаметр принимал равным 120 частям, т. е.  $\frac{1}{3}$  окружности. Каждую полученную часть окружности делил на 60 равных частей и эти части были названы «минутами» (первые меньшие части) и каждую полученную долю еще на 60 частей, которые были названы «секундами» (вторые меньшие части). Отсюда и произошло название минуты и секунды. Птолемей же ввел знак (') для обозначения минуты и знак (") для обозначения секунды.

Ученые Индии (IV—XII в. н. э.) занимались составлением таблиц величин полухорд. Это уже некоторое продвижение вперед, полухорды являются линиями синусов. Если принять длину радиуса за 1, то эта таблица уже является таблицей синусов. У индусов хорда носит название «джива», что значит тетива лука. Слово джива арабами было искажено в джайб, что по-арабски значит пазуха. При переводе с арабского языка на латинский оно было заменено соответствующим латинским словом *sinus*. Этот термин и вошел в обиход.

Индийцы же ввели понятие функции косинуса и выразили зависимость между этими двумя функциями:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Им же была известна зависимость между синусом и косинусом дополнительных углов. На развитие тригонометрии большое влияние оказали ученые Средней Азии. Главная их заслуга в том, что они отделили тригонометрию от астрономии. В трудах азербайджанца Насиреддина Туси (1201—1274) уже есть понятия «синус дуги», «косинус дуги», «тангенс дуги», «котангенс дуги», «секанс дуги», «косеканс дуги». Он впервые доказал теоремы синусов и тангенсов.

В составлении таблиц больших успехов достиг ал-Каши. В развитие тригонометрии внесли вклад европейские ученые: англичанин Фома Брадвардин (1290—1349) и немец Региомонтан (XV век).

Употребляемые нами обозначения тригонометрических функций синус, косинус и т. д. ввел в практику швейцарский математик Иоганн Бернулли (1667—1748).

В современный вид привел тригонометрию великий математик Леонард Эйлер (1707—1783).

Эйлер разработал тригонометрию, как науку о тригонометрических функциях. Тригонометрические функции он рассматривал как числа, выражающие отношение соответствующих тригонометрических линий к радиусу. Эйлер впервые исследовал знаки тригонометрических функций во всех четвертях и дал формулы приведения. Он же ввел обозначение сторон треугольника буквами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , а углов, противолежащих этим сторонам, через  $A$ ,  $B$  и  $C$ . До Эйлера каждая формула выводилась из чертежа и в основном выражалась словесно. Эйлер показал, как можно выводить формулы, не прибегая к чертежу, аналитическим путем.



### **Знаете ли вы!**

Первая печатная книга по математике в России под названием «Книга счисления удобного» появилась в 1682 году.

Первая книга по арифметике «Краткое и полезное руководство в арифметику» появилась в 1699 году.

В 1703 году по повелению Петра I в Москве был отпечатан первый русский учебник по арифметике под заглавием: «Арифметика, сиречь наука числительная». Автор учебника Л. Ф. Магницкий был учителем Московской школы математических и навигацких наук.

Первая книга по геометрии «Приемы циркуля и линейки...» появилась в 1709 году. Здесь впервые вводится в литературу русская математическая терминология.

Н. Е. Муравьев — автор первой русской алгебры (1752 г.).

24 января 1724 года Петр I утвердил план учреждения Академии наук в Петербурге (открыта в 1725 году).

27 февраля 1725 года — первое заседание Петербургской Академии наук.

30 июля 1632 года шведский король Густав Адольф подписал указ об учреждении старейшего в СССР университета в Тарту (Эстония).





## ВРЕМЯ И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

(для учащихся старших классов)

Для проведения вечера рекомендуем оформить астрономическую комнату и комнату занимательной математики. Основное внимание нужно обратить на оформление сцены.

Особый интерес должна представлять астрономическая комната. Потолок этой комнаты можно усеять «звездами». Рекомендуем одну из стен комнаты разделить на 11 вертикальных полосок бумажными лентами, по числу часовых поясов в Советском Союзе. Самый западный пояс, который проходит по нашей стране, по общему международному счету является вторым поясом, второе деление — третьим поясом и т. д., последнее деление — 12 поясом. Во втором поясе расположены Москва и Ленинград. Третий пояс — Волжский. В этом поясе расположен Ижевск. 4 пояс Уральский, 5 пояс Западносибирский, 6 пояс Енисейский, 8 пояс Амурский, 9 пояс Приморский, 10 пояс Охотский, 11 пояс Камчатский, 12 пояс Чукотский.

Внутри каждого пояса, кроме номера и названия, можно еще повесить часы-ходики. Часы второго Московского пояса показывают московское время. Часы нашего третьего пояса показывают время на час больше московского. Время следующего пояса еще на один час больше и т. д. Минуты и секунды на часах всех поясов — одни и те же. Номер пояса не случайный. Он показывает, на сколько часов впереди время этого пояса по сравнению с временем нулевого Гринвичского пояса.

На стены астрономической комнаты повесить плакаты с изречениями о времени, увеличенные обложки календа-

рей. Обложки некоторых календарей можно найти в книге А. З. Окорочкова «Жизнь для книги». В этой же комнате поместить образцы всевозможных часов.

### Программа вечера

1. Встреча гостей.
2. Вступительное слово руководителя вечера.
3. Доклады:
  1. Из истории календаря.
  2. Римский календарь.
  3. Юлианский календарь.
  4. Григорианская реформа.
  5. Календари Китая.
  6. История русского календаря.
  7. Семидневная неделя.
  8. Летоисчисление.
  9. Сообщение о часах.

Начинается вечер. В зале свет потушен. Открывается занавес. Сцену освещает «луна». На сцену выходит бог времени — Сатурн. Одевание его — древнегреческое, на голове шляпа с большими полями, в руках коса. На ногах сандалии. Сатурн произносит только одну фразу. «Я бог времени Сатурн, только мне подчиняется время» и уходит.

За Сатурном на сцену выходит докладчик, рассказывает об истории календаря.

Время... Без начала и конца могучее непобедимое время. Никому оно не подчиняется и ни от чего не зависит. Оно сочетает в себе мгновения и вечность.

Потребность в измерении времени возникла в глубокой древности. Первобытный человек вначале различал смену дня и ночи, а на более высокой ступени развития и смену времен года. Более высокие формы общественной жизни вызвали необходимость измерения длительных промежутков времени и привели к созданию календаря. Основной мерой для счета времени стали сутки, месяц и год.

На протяжении тысячелетий в разное время у разных народов в зависимости от степени культуры, от рода занятий и от географических условий было создано много различных календарей. Из этого множества можно выделить три основных вида: *лунные, лунно-солнечные и солнечные*. Первые календари были лунными. Они зароди-

лись у древних кочевых пастушеских племен. Месяц лунного календаря имеет продолжительность от одного новолуния до другого. Так как от одного появления луны до другого проходит 29 суток, 12 часов 44 минуты 2,8 секунды, то дней в месяце лунного календаря 29 и 30. Количество дней устанавливается с таким расчетом, чтобы первое число любого месяца совпадало с появлением на небе новой луны. Каждый месяц имеет название. Год лунного календаря содержит 354 и 355 дней. Он короче солнечного года на 10,11 или 12 дней, поэтому здесь нет постоянных летних или зимних месяцев и начало года может наступить в любое время года.

Лунным календарем до сих пор пользуются некоторые страны, где господствует мусульманская религия, иногда татары, узбеки, казахи и другие народы, проживающие в Советском Союзе.

Существует лунно-солнечный календарь. В нем простой год состоит из 12 месяцев. В каждом месяце 29 или 30 дней. Для учета движения Солнца в этом календаре периодически вводятся високосные годы, содержащие дополнительно 13-й месяц. Простые годы лунно-солнечного календаря содержат 354, 355 и 356 дней, а високосные годы — 384, 385 и 386 дней. Этот календарь имеет довольно сложную систему поправок, но хорошо согласуется с солнечным календарем. По лунно-солнечному календарю до сих пор определяются праздники еврейской религии.

Большинство стран в настоящее время пользуется солнечным календарем. В солнечном календаре за основу берется тропический год, т. е. промежуток времени, за которое Земля делает полный оборот вокруг Солнца. Солнечный год приблизительно равен 365 суткам 5 часам 48 минутам и 46,1 секунде. В древнем Египте уже 5 тысяч лет до н. э. отказались от лунного календаря. Жизнь египтян во многом зависела от разлива реки Нила. А начало разлива всегда совпадало с появлением на небе яркой звезды Сириуса, что бывает в начале июля. С движением Сириуса, или Сотиса, как называли эту звезду египтяне, был согласован египетский календарь. Год в Египте содержал 365 дней. Это составляло 12 месяцев по 30 дней и в конце года еще добавлялось 5 дней. Такой счет времени давал ошибку в 0,25 дня. Об этом египтяне знали, но исправлению календаря препятствовала религия. Однако в 238 году до н. э. царь Птолемей III Эвергет сделал это исправление, но реформа после его смерти не удержалась.

## Римский календарь

Когда зародился римский календарь,— неизвестно. В VIII столетии до нашей эры у римлян был календарь, содержащий в году 10 пронумерованных месяцев без названий. Год начинался с весны. Во времена Ромула — легендарного основателя Рима — некоторые месяцы получили свое название. Первый месяц был назван Мартиусом в честь бога войны Марса. Следующий месяц — Априлис — от латинского слова *арегіо* (открывать, раскрываться), так как в апреле раскрываются на деревьях почки. Третий месяц — Май был посвящен богине Майе, четвертый — богине Юноле. Последние 6 месяцев продолжали называться своими порядковыми номерами. Четыре месяца имели по 31 дню и 6 месяцев — по 30. Продолжительность года составляла 304 дня.

В XVII веке до н. э. император Нума Помпилий произвел реформу календаря, прибавил еще два дополнительных месяца, которые были названы январем и февралем. Месяц январь получил свое название в честь двуликого бога Януса, у которого одно лицо было обращено вперед, а другое назад. Это значит, что этот бог мог видеть прошлое и предвидеть будущее. Двуликий Янус считался богом времени. Он по совместительству контролировал все входы и выходы, начиная от городских ворот и до дверей дома, и изображался с ключом в руке.

Слово февраль (*februarius*) по латыни означает «очищение» и связано с обрядом очищения. Новый римский календарь был весьма хаотичным, 4 его месяца содержали по 31 дню, 7 месяцев — по 29 дней и один месяц — февраль имел 28 дней. Всего в году было 355 дней.

Продолжительность римского года отличалась от тропического года более чем на 10 дней, и поэтому через каждые два года между 24 и 25 февраля вставляли дополнительный месяц Марцедоний, который содержал либо 22, либо 23 дня. Продолжительность годов чередовалась от 355 до 377 и 378 дней. Продолжительность дополнительного месяца устанавливали только жрецы. Они довели календарь до хаотического состояния. Появилась необходимость в реформе календаря, что и сделал Юлий Цезарь в 46 году до н. э. с помощью группы астрономов во главе с Созигеном. Новый календарь стал называться Юлианским. По Юлианскому календарю каждый четвертый год

високосный. Термин «високосный» происходит от латинского слова *bissex tilis* — дважды шестой (в феврале прибавляли второй шестой день от конца месяца).

### Юлианский календарь

На сцену выходит Юлий Цезарь.

Я, римский император и полководец Юлий Цезарь, в основу календаря положил годовое перемещение Солнца. Продолжительность года установил в 365 дней. К каждому четвертому году прибавил по одному дню на февраль. Этот год назвал високосным. Он содержит 366 дней. Год разделил на 12 месяцев, названия месяцев сохранил старые. Месяц Марцедоний исключил. Начало года с марта перенес на январь, так как вновь избранные римские консулы приступают к работе 1 января. В каждом нечетном месяце установил по 31 дню, а в каждом четном, за исключением февраля, по 30 дней. В феврале простого года установил 29 дней, а високосного 30 дней. (*Уходит*).

На сцену выходит римский император Октавиан Август — приемный сын Юлия Цезаря. Август читает указ — «буллу».

Я, римский император Октавиан Август, приказываю: восьмой месяц года — секстилис отныне называть «августом» и считать в нем 31 день, взяв один день от февраля. (*Уходит*).

### Григорианская реформа

На сцену выходит папа римский Григорий XIII.

Все трудности, возникающие при составлении календаря, вызваны несоизмеримостью года и суток. Юлианский календарь в среднем содержит в году  $365\frac{1}{4}$  суток, а солнечный год на 11 минут и 14 секунд короче. Ежегодные погрешности за 128 лет приблизительно дают сутки. Это создавало большие неудобства для церкви. В начале XVI века день весеннего равноденствия вместо 21 марта приходился на 11 марта. Чтобы ликвидировать это несоответствие, я, римский папа Григорий XIII, издал указ:

1. После 4 октября 1582 года считать не 5-е число, а сразу 15-е, чтобы день весеннего равноденствия занял свою законную дату 21 марта.

2. Не считать високосными те «сотенные», оканчивающиеся на два нуля годы, числа которых не делятся на 400.

## Календари Китая

Свыше трех тысяч лет тому назад китайские астрономы установили продолжительность лунного месяца и солнечного года. Лунный месяц был определен в 29,5 суток, а солнечный год 356,25 суток.

Уже тогда китайцы знали, что год нельзя точно разделить на целое число месяцев одинаковых по длине. Вначале в Китае был лунный календарь, затем лунно-солнечный и, наконец, солнечный.

Еще к началу VI столетия до н. э. китайцы установили, что продолжительность 19 солнечных лет почти совпадает с длиной 235 лунных месяцев. Оба эти периода содержат почти 6940 целых суток. В Европе это же установил древнегреческий астроном Метон на полтора столетия позднее китайцев. В лунно-солнечном календаре Китая год делился на 12 месяцев, в которых было попеременно по 29 и 30 дней.

Таким образом, год содержал 354 дня. Для согласования его с солнечным годом семь раз в течение 19 лет вставлялся 13 месяц. Каждый месяц китайского лунно-солнечного календаря начинался с новолуния. Новый год начинался между зимним солнцестоянием и весенним равноденствием. Это было для Китая временем подготовки к полевым работам. Месяцы были без собственных названий, считались по порядку. Делились они на десятидневные периоды. Числа 1, 11, 21 были днями отдыха. Этот китайский календарь являлся одним из шести древнейших календарей мира и применялся более чем за 2 столетия до нашей эры. По точности он не уступал Юлианскому календарю, который был введен в Европе полутора столетиями позже.

В III веке до н. э. в Китае был разработан и введен сезонный сельскохозяйственный календарь, в котором от положения Солнца на эклиптике календарный год был разделен на 24 сезона. Это деление на сезоны существовало независимо от деления года на месяцы. Календарь помогал крестьянам планировать выполнение сельскохозяйственных работ. В 104 году до н. э. была произведена реформа китайского календаря, где была установлена более точная продолжительность тропического года. Одновременно с астрономическим календарем в древнем Китае существовал циклический календарь, где годы объединялись в циклы по 60 лет. Каждый год внутри цикла имел свое

название. Весь 60-летний цикл делился на 12 периодов, которые тоже имели свои знаки. За начало цикловой эры принят 2637 год до н. э.

Начиная с 1912 года в Китае стали применять и Григорианский календарь, но широкое распространение он получил только с 1949 года.

## История русского календаря

Древние славяне первоначально пользовались лунным календарем. Год делится на 12 месяцев. Название месяцев было связано с природными явлениями и назывались они так:

Январь — Сечень  
Февраль — Лютый  
Март — Березол  
Апрель — Цветень  
Май — Травень  
Июнь — Червень

Июль — Липень  
Август — Серпень  
Сентябрь — Вересень  
Октябрь — Листопад  
Ноябрь — Грудень  
Декабрь — Студень

Названия, подобные древним, до сих пор сохранились у белорусов, украинцев, поляков. После принятия христианства на Руси летоисчисление вели от «сотворения



мира». Календарный год начинался с 1 марта, а потом с 1 сентября. День Нового года всегда справлялся очень пышно, особенно в Московском Кремле, где в праздновании принимал участие сам царь. Так было и 1 сентября 7208 года, а по современному летоисчислению 1699 года, во время царствования Петра I. И вдруг, совсем неожиданно, 15 декабря того же года глашатаи возвестили народу царский указ. Предпи-

сывалось с 1 января и впредь «Лета счислять от рождения Христова, а не от создания мира». Петр I приказал украсить столицу в день предстоящего праздника. А 1 января сам Петр I командовал воинским парадом на Красной площади.

1699 год был самым коротким годом в России. С 1 января 1700 года Россия стала жить по римскому Юлианскому календарю. Но общение с европейскими государствами вызвало необходимость перехода к Григорианскому календарю, то есть к новому стилю, так как этот календарь являлся господствующим в Европе.

В 1830 году Петербургская Академия наук и передовые люди России выступили за внедрение нового календаря, но царь Николай I отверг это предложение. Реформа была проведена только после Великой Октябрьской социалистической революции. 25 января 1918 года В. И. Лениным был подписан декрет о введении Григорианского календаря. К этому времени разница между старым и новым стилем составляла 13 дней. Поэтому после 31 января 1918 года начали считать не 1 февраля, а 14 февраля. После этого в СССР было еще три календарные реформы. В 1929 году Совнарком вынес решение о введении в нашей стране пятидневной недели при сохранении существующего числа рабочих часов. Год был разделен на 12 месяцев по 30 дней, т. е. 6 пятидневок. 31 число считалось «сверхмесячным» и оплачивалось особо. В году было 72 пятидневки, 5 дней оставалось. Эти дни решено было приурочить к революционным праздникам: 22 января — начало революции, 1—2 мая — дни Интернационала, 7 и 8 ноября — дни Октябрьской революции. Календарь просуществовал недолго. В ноябре 1931 года правительство вынесло постановление о переходе с 1 декабря 1931 года на непрерывную шестидневную неделю с выходными днями 6, 12, 18, 24, 30 каждого месяца. Шестидневки держались около 9 лет, а 26 июня 1940 года была восстановлена семидневная неделя с выходным днем в воскресенье. Советское государство снова вернулось к Григорианскому календарю.

Кроме обычных чисел календаря, в народе есть еще особые дни и числа, по которым ориентируются в течение года. Есть такие дни и у удмуртов. Зимним ориентиром у удмуртов является «толсур» — зимний праздник (7 января). Весенний ориентир «дӧдькуштон» (дӧдьы куштон). Это приблизительно конец марта, начало апреля. Смысловое значение этого термина — конец санного



пути. Серединой лета считается «куарсур» — праздник зелени (20 июля). Начало осени — день первого сентября удмурты называют «сезы ар». В дословном переводе это значит «год овса». Смысловое значение — конец уборки овса, а точнее — конец уборки хлебов.

### Семидневная неделя

Счет дней в календаре производился по-разному. В начале отсчитывали дни по пять, по числѹ пальцев одной руки. Затем перешли к десятидневному счету времени, по числу пальцев на обеих руках.

Семидневная неделя возникла в древнем Вавлоне, а затем проникла в Европу и сохранилась до наших дней.

Египтяне считали, что каждый день недели находится под охраной того или иного бога. По примеру египтян древние римляне каждый день недели посвятили одному из семи небесных светил: Солнцу, Луне и пяти планетам — Марсу, Меркурию, Юпитеру, Венере и Сатурну. Понедельник — день Луны, вторник — день Марса, среда — день Меркурия, четверг — день Юпитера, пятница — день Венеры, суббота — день Сатурна, воскресенье — день Солнца.

Большинство этих названий сохранилось во многих языках народов Европы.

Например, по-французски:

понедельник — lundi	— день Луны
вторник — mardi	— день Марса
среда — mercredi	— день Меркурия
четверг — jeudi	— день Юпитера.

На немецком языке понедельник Montag тоже обозначает день Луны, воскресенье Sonntag — день Солнца.

На английском языке понедельник monday — день Луны, суббота Saturday — день Сатурна, воскресенье Sunday — день Солнца.

Остальные дни недели на этих языках носят другие названия. У славянских племен названия дней недели связаны с их порядковыми номерами и с некоторыми религиозными обычаями.

### Летоисчисление

У всякого народа имеется свое летоисчисление, которое устанавливается условно или произвольно. В позднем

Вавилоне вели счет от начала царствования Набонассара, римляне — от предполагаемого года основания Рима. В некоторых странах Востока, где распространена мусульманская религия, счет годам ведут со времени бегства основателя этой религии Мухаммеда из Мекки в Медину, которое, по предположению, совершилось в 622 году нашей эры. Многие ведут летоисчисление от выдуманного сотворения мира. Земля существует миллиарды лет, а церковнослужители придумали, что земля сотворена 21-го марта 5508 года до нашей эры. Существуют и многие другие эры. Христианская эра, которая применяется в настоящее время в большинстве стран мира, имеет своим началом мифическое рождение Христа. Она была предложена монахом Дионисием Малым, который получил указанную дату при помощи произвольных и фантастических расчетов. Она и была принята за начало летоисчисления. Но подлинное наше советское летоисчисление ведет свое начало от 7 ноября 1917 года. Это начало новой эры, эры Великой Октябрьской социалистической революции.

### **О реформе календаря**

Реформой календаря занимается Организация Объединенных Наций. Существует несколько проектов нового календаря. Наибольшее одобрение имеет тот из них, год которого содержит 364 нумерованных дня. Год делится на равные полугодия по 182 дня и на 4 квартала по 91 дню. Каждый квартал имеет 3 месяца, первый из которых содержит 31 день, а два других по 30 дней (в том числе и февраль).

Первое число каждого квартала должно начинаться с воскресенья. 365-й день каждого года не должен иметь ни числа, ни месяца, ни места в неделе. Это дополнительный нерабочий день в конце года. В високосном году должен быть еще один безномерной день. Его место — между первым и вторым полугодием.

Когда осуществится реформа календаря и каким будет новый календарь, — неизвестно. Безусловно, реформа будет.

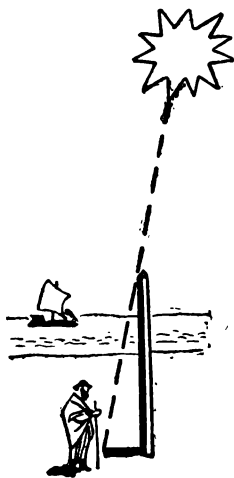
### **Сообщение о часах**

Время во всем мире измеряется годами, месяцами, неделями, сутками, часами, минутами и секундами. Сутки природой делятся на две части: на день и ночь. Часы, ми-

нуты и секунды придуманы и установлены человеком. Еще 4000 лет тому назад китайцы делили сутки на 12 часов, по числу месяцев в году. А более чем за 2500 лет назад вавилоняне придумали солнечные часы. Небольшой вертикальный стержень прикрепляли к плоской доске. Доска, разграфленная линиями, служила циферблатом, а тень, отбрасываемая стержнем, — стрелкой. Часы показывали время только днем. Ночью время показывали водяные часы — клепсидры. Клепсидры действовали и днем, но солнечные часы были точнее. Солнечные часы изготавливали до XVI—XVII веков нашей эры. Кроме солнечных и водяных часов, существовали еще песочные и огненные часы. Огненные часы были разных конструкций. Ими славился Китай.

В XIII веке появились механические колесные часы. Интересным образцом механических часов являлись русские часы, сделанные в 1404 году монахом Лазарем Сербиним. Эти часы были установлены на башне великокняжеского дворца в Москве. Цифры на циферблате часов были обозначены буквами. Часы над Спасскими воротами Московского Кремля установлены во времена правления Бориса Годунова в 1585 году. После революции 1917 года часы по распоряжению В. И. Ленина были исправлены и играли «Интернационал». Они продолжают работать и сейчас.

Первые механические часы имели только часовую стрелку. Минутная стрелка появилась около 1550 года, и с 1760 года появляется и секундная стрелка. Использование маятника для регулирования хода часов было впервые предложено Галилеем и независимо от Галилея конструкция маятниковых часов была разработана Хр. Гюйгенсом. Появление маятниковых часов в России связано с именами Кулибина (1735—1818) и Волоскова (1729—1806). Кулибин сделал часы в форме яйца, состоящие почти из 500 деталей. Делал он их 5 лет и подарил Екатерине II. Часы эти вызывают удивление и восхищение даже у современных мастеров. Волосков построил часы, показывающие минуты, часы, месяцы, положение Луны, Солнца и звезд.



Современные пружинные часы появились в XVIII веке. За последнее время построены астрономические кварцевые часы. «Молекулярные часы» являются дальнейшим развитием кварцевых часов.

На разных меридианах Земли в один и тот же момент время разное. В Ленинграде и во Владивостоке разность времени составляет 6 часов 46 минут. Начиная с 1884 года в разных странах стало употребляться поясное время. У нас в СССР оно введено в 1919 году.

Весь земной шар разделен на 24 пояса. С лета 1930 года в Советском Союзе введено декретное время. Оно на 1 час впереди поясного времени.

После докладов начинается занимательная часть вечера. Участники вечера приглашаются в комнату занимательной математики и в астрономическую комнату. Чтобы попасть в астрономическую и математическую комнаты, надо ответить на предложенный вопрос или решить задачу. Вот небольшой перечень вопросов:

1. Почему солнечные сутки не равны звездным, какова разница?
2. Каковы основные единицы времени и их определение?
3. Какова продолжительность тропического года?
4. Где на земле можно бросить камень во вчерашний день?
5. Почему мы говорим, что день весеннего равноденствия наступает около 21 марта, а не называем точной даты?
6. Почему летом день длиннее ночи, а зимой — короче?
7. Через сколько лет одни и те же дни недели будут приходиться в той же последовательности на то же число календаря?
8. Какая разница между солнечным и лунным календарями?
9. Где на земном шаре день равен ночи круглый год?
10. В котором часу восходит солнце на экваторе 20 августа, 27 февраля?
11. Какое наибольшее и какое наименьшее число пятниц возможно в феврале?
12. Сколько солнечных и лунных затмений может случиться в течение одного года?

**13.** Бывают ли годы без солнечных затмений? А без лунных?

**14.** На каком краю начинается затмение Луны — на правом или на левом?

**15.** Когда обитатели земного шара движутся быстрее вокруг Солнца — в полдень или в полночь?

**16.** Кем были впервые определены размеры Земли?

**17.** Каково среднее расстояние от Земли до Луны?

**18.** Каковы географические координаты Ижевска?

**19.** У моей бабушки не было дня рождения, чтобы она его не справила. За свою жизнь она справила 15 дней рождения. Сколько лет бабушке, когда она родилась (год, месяц, число).

Эти же вопросы можно использовать для проведения викторины.



## ОТ ЕВКЛИДА ДО НАШИХ ДНЕЙ

**[сценарий вечера для учащихся старших классов]**

Сцена представляет двор или садик знатного богатого гражданина древней Греции. Видны здания с колоннами. На одной стороне сцены стоят три книги-шкафа выше человеческого роста: Евклид — Начала, Декарт — Геометрия и Лобачевский — Геометрия.

По другую сторону сцены стоят низкие скамейки.

Выступают — геометры всех времен и эпох.

Каждый выступающий должен быть облачен в костюм своей эпохи. Формы костюмов и обуви можно взять из учебников истории, из книги И. Депмана «Мир чисел» и из различных книг по истории математики.

Светильники для мудрецов можно изготовить из железных консервных банок, приделав к ним деревянные ручки.

Выход мудрецов на сцену сопровождается звуками фанфар или другой торжественной музыкой. Музыкой сопровождается и уход их со сцены, под музыку закрывается занавес.

Занавес закрыт. Под легкие звуки фанфар первым на сцену выходит египтянин с папирусом в руке, затем китаец.

Египтянин. Мы, египтяне, а одновременно с нами и вавилоняне, положили основу развития науки, которую вы называете геометрией. Геометрия возникла при измерении земли. Это измерение было необходимо нам в древности из-за разлива рек: Нила, Тигра, Ефрата, постоянно





смывающих границы земельных участков. Но геометрия развивалась не только при измерении земли. Строя пирамиды, воздвигая храмы, усыпальницы и дворцы с куполообразными архитектурными украшениями, мы должны были точно вычислять площади прямоугольников, треугольников, многоугольников; объем призм, пирамид, строить прямой угол, определять наклон стены и крыши; вычислять с достаточно хорошим приближением длину окружности, площадь круга. Нам удалось вычислить отношение длины окружности к длине диаметра, равное 3,16.

Вавилоняне решили 12 960 000 задач, но в систему их не привели. *(Египтянин слегка раскланивается и уходит. Входит китаец).*

К и т а е ц. Мы, китайцы, изложили свои математические познания в 9 книгах, которые приблизительно были написаны в начале нашей эры. Эти книги явились своеобразной математической энциклопедией для землемеров, инженеров, астрономов и чиновников.

В этой книге изложены правила действий с дробями; пропорции, прогрессии, правила извлечения квадратного и кубического корней; решение систем линейных уравнений и квадратного уравнения.

2000 лет тому назад мы уже знали отрицательные числа. Наша геометрия развивалась в направлении измерения площадей треугольников, круга и его частей. Мы умели вычислять объем усеченной пирамиды с квадратным основанием, объем усеченного конуса, знали практически, что в прямоугольном треугольнике квадрат длины большей стороны равен сумме квадратов длин меньших сторон. *(Уходит.)*



Торжественные звуки фанфар. Занавес открывается. На сцену из зала входят мудрецы во главе с Фалесом Милетским. У каждого в руке светильник. Навстречу им выбегают рабы, которые из их рук принимают светильники, уносят их и выходят с папирусами, посохом для Фалеса и циркулем.

1 мудрец. Маленькая Греция — колыбель цивилизации. О мудрые братья! Начнем же наш совет. Попросим

же самого мудрейшего из нас Фалеса Милетского держать слово перед миром сиим о наших мудрых делах.

Фалес. О мудрые братья! Я объездил Вавилон и Египет. Египетская и вавилонская геометрия давно стоят зданиями мертвыми. Дабы свет пролить в эти здания, мало познать все — доказать надо! Доказал я первые истины: да делится диаметром круг пополам; да будут равны углы при основании равнобедренного треугольника; да будут равны два треугольника, имеющие равные стороны и два равных угла. А еще, братья мудрые, равны вертикальные углы. Посмотрим, что человечество, потомки наши сделали. Как украсили они вечное здание математики? Как вняло человечество нашим мудрым заветам? Что взяли от трудов наших? Достигли ли вершины зданий потомки наши? О потомки, поведайте же нам, что вы сделали для человечества? *(Садится. Выходит Евклид)*.



Евклид. Главная моя работа «Начала». В ней я подвел итог предшествующему развитию греческой математики, создал фундамент для дальнейшего развития ее. Мои «Начала» состоят из 13 книг. Первая книга содержит важнейшие предложения о сторонах и углах треугольника, о построении треугольников; о перпендикулярах и параллельных прямых, о параллелограммах и их площадях, о площадях треугольников. В других книгах «Начал» можно найти теорию пропорций Евдокса, теорию рациональных величин и целых чисел. Даны основы элементарной стереометрии.

*(Садится где-нибудь в сторонке. Из-за сцены выходит Пифагор.)*

Фалес. О Пифагор, скажи же, что ты оставил человечеству?

Пифагор. Мною была основана пифагорейская школа, где мы разрешали различные проблемы и одна из них — моего имени. Еще до меня было известно человечеству, что площадь квадрата, построенно-





го на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах. Я только завершил доказательство истинности этого предложения.

**Фалес.** О друг Земли и жизни, Архимед! Чем же ты украсил здание математики?



**Архимед.** Потомки мои знают задачу о квадратуре круга, как задачу Архимеда. Да, я глубоко интересовался этой задачей. Мне удалось найти верхний и нижний предел для числа  $\pi$ . Свой метод я завещал потомкам моим, которые положили его в основу интегрального исчисления. Сам я применил его для нахождения параболического сектора. *(Уходит.)*

**Фалес.** Потомки наши, познакомьтесь еще с одним деятелем математики — царицы наук — Аполлонием.

**Аполлоний.** За свою жизнь я сделал немного: рассматривал сечения конуса различными плоскостями и описал планиметрические свойства кривых, которые получаются при этом. Две тысячи лет мои труды не находили применения и лишь Кеплеру и Ньютону удалось доказать, что небесные тела движутся по изученным мною кривым. *(Уходит.)*

**Фалес.** Последователь Архимеда, Ферма, чем ты обогатил геометрию?

**Ферма.** Я хорошо изучил труды древних математиков. К сожалению, многие из них были сожжены религиозными фанатиками в Александрии и до нас не дошли. Мне,



последователю Архимеда, удалось заложить основу интегрального исчисления. Одновременно с Декартом я выдвинул идею метода координат. *(Уходит.)*

**Фалес.** Математик, физик и философ, Рене Декарт, поведай нам, как ты вошел в историю науки?

**Декарт.** Я француз, родился в дворянской семье, после окончания колледжа служил вольнонаемным офицером. Свои научные занятия проводил в Голландии. Основное мое произведение — «Геомет-



рия», где впервые в науке введено понятие переменной величины и функции. Своим основным достижением считаю созданный мною метод прямоугольных координат. Мои труды легли в основу развития высшей математики.

Фалес. От запада, родины Коперника и Ньютона, до востока, края новой Земли, и от севера холодного до знойной Средней Азии — всюду на Земле бьет ключом мысль человеческая.

О Россия! Что ты дала человечеству?

Что внесли в историю развития геометрии твои сыны?



Лобачевский. После многочисленных попыток доказать пятый постулат Евклида я понял, что геометрия Евклида не единственная, и создал неевклидову геометрию. Одновременно со мной пришли к этому венгерский ученый Янош Больяи и немецкий ученый Карл Гаусс. Риман воспринял наши идеи и развил их дальше — построил риманову геометрию. Наша геометрия и геометрия Римана легли в основу теории относительности.

Фалес. Гильберт! Чем ты обогатил геометрию?

Гильберт. Я создал «Основания геометрии». Мне удалось дать упорядоченный список геометрических аксиом. Начиная свои работы по аксиоматическому обоснованию математики, я стремился укрепить точку зрения о единстве математики и естествознания и о познаваемости действительного мира. Одна из моих работ кончается словами: «Мы должны знать, мы будем знать».



Фалес. Я слышал, что наука достигла совершенства в Стране Советов.

Советский математик. Мы, математики второй половины XX века, следуя традициям классиков математики и основным тенденциям современной науки, занимаемся



не только дальнейшим развитием уже сложившихся геометрических дисциплин, но ищем возможности объединения родившихся в недрах геометрии методов с методами других дисциплин. В связи геометрических идей с алгебраическими мы видим будущее нашей геометрии. *(Каждый ученый после своей речи устраивается где-нибудь на сцене.)*

Ф а л е с. Мы, древние, заложили основу геометрии, но мы мечтали о путях к звездам, которые нам казались неподвижными. Нашу мечту первыми осуществили сыны Советской России, проложив путь в космос. Наши труды не пропали даром. Честь и слава потомкам нашим!

З а н а в е с закрывается.



### **Знаете ли вы!**

19 марта 1791 года — Постановление Парижской Академии наук о желательности введения метрической системы.

30 марта 1791 года — установление метра в качестве единицы длины.

В средние века насчитывалось 9 арифметических действий:

- 1) Нумерация
- 2) Сложение
- 3) Вычитание
- 4) Удвоение
- 5) Умножение
- 6) Раздвоение (деление на 2)
- 7) Деление
- 8) Прогрессия
- 9) Извлечение корня.

24 февраля 1826 года состоялось первое сообщение Н. И. Лобачевского об основах новой геометрии.

30 марта 1796 года 22-летний Гаусс открыл способ построения правильного семнадцатиугольника.

30 мая 1832 года убит на дуэли в возрасте 20 лет гениальный французский математик Эварист Галуа.

## **КАК СЧИТАЛИ НАШИ ПРЕДКИ?**

**(план вечера для 9 классов)**

### **ПРОГРАММА ВЕЧЕРА**

#### **Доклады**

1. Как люди научились считать.
  2. Математика древних народов:
    - а) математика Египта,
    - б) математика Вавилона,
    - в) математика Индии,
    - г) математика Китая,
    - д) арабские цифры,
    - е) греческая математика.
  3. Математика народов нашей Родины.
  4. Математика русского народа.
- Пьеса «Живая геометрия».**  
**Математические игры и фокусы.**

## **РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ**

**(план вечера для 10 классов)**

### **ПРОГРАММА ВЕЧЕРА**

#### **Доклады**

1. Состояние математики до организации Российской Академии наук.
2. Леонард Эйлер.
3. Н. И. Лобачевский.
4. М. В. Остроградский.
5. П. Л. Чебышев.
6. С. В. Ковалевская.
7. Советские математики:
  - а) И. М. Виноградов,

- б) Н. В. Смирнов,
- в) Л. С. Понтрягин.

### **Художественная часть:**

- 1. Чтение рассказа А. Чехова «Репетитор».
- 2. Чтение стихотворения М. Исаковского «Формула любви».
- 3. Сцена из комедии Фонвизина «Недоросль» — как Митрофанушка учит арифметику.
- Математическая викторина.**
- Математическая касса.**
- Математические игры и фокусы.**
- Танцы.**
- Вручение призов участникам викторины и математической кассы.**

### **МАТЕМАТИКА В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ**

Вечер был проведен в одной сельской средней школе. Члены математического кружка руководили подготовкой вечера.

Каждый класс готовил доклад, аттракционы, номера художественной самодеятельности, математическую газету. Кроме того, одному десятому классу было поручено составление пригласительных билетов, второму — организация «математической кассы», а третьему — изготовление «волшебной шкалы». Каждый ученик должен был подобрать не менее двух задач и отдать их организаторам вечера.

#### **Доклады.**

- 1. Значение математики в сельском хозяйстве.
- 2. Учет и планирование в колхозах.
- 3. Математика в строительстве.
- 4. Математика в механизации сельского хозяйства.
- 5. Математика в полеводстве.
- 6. Математика в садоводстве.
- 7. Математика в животноводстве.
- 8. Математика в огородничестве.
- 9. Математика в пчеловодстве.

Темам докладов соответствовали названия математических газет: «В земледелии без математики ни шагу»,

«Математика строит», «Математика и машины» и т. д. Газеты были красиво иллюстрированы. Каждая из них содержала 3—4 небольшие статьи (например, земледелие и математика, геометрия сева, значение математики в строительстве).

Во второй колонке одной из газет были вопросы:

Из каких геометрических фигур образуется чертеж футбольного поля?

Какие геометрические фигуры встречаются при постройке дома, моста?

После каждого вопроса давались ответы и иллюстрации к ним. Тут же были нарисованы рейсмас и малка, применяемые при строительстве.

Продолжительность каждого доклада не превышала пяти минут. В докладе «Значение математики в сельском хозяйстве» ученик рассказал о том, что работать плодотворно без математики нельзя ни в одной отрасли сельского хозяйства. Любая отрасль сельского хозяйства развивается по плану, а план — это результат математических вычислений.

Другие докладчики расшифровали основные мысли, высказанные в первом выступлении.

Интересным по содержанию был доклад о значении математики в садоводстве. Докладчик сообщил, что при организации плодово-ягодного сада разбивают участок на кварталы при помощи землемерных инструментов бусоли и эккера. Кварталы делят на маленькие участки, предназначенные для одного дерева. Участок плодово-ягодного сада может иметь форму квадрата, прямоугольника, параллелограмма, трапеции или какого-нибудь неправильного многоугольника. Вычислить площадь участка и подсчитать собранный урожай должен уметь каждый бригадир и звеньевой. Это необходимо для того, чтобы подсчитать количество потребного удобрения, расход ядохимикатов.

Для хорошего роста и развития деревьев большое значение имеет обработка приствольного круга, внесение удобрений и подкормка.

Для посадки деревьев и кустов роют посадочные ямы. Они имеют форму цилиндра, конуса и усеченного конуса. Нужно уметь измерять и вычислять объемы этих тел.

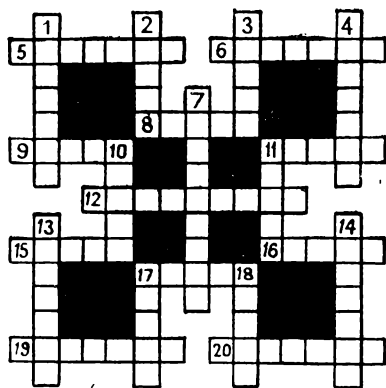
Для борьбы с вредителями и болезнями плодово-ягодных растений применяют растворы ядохимикатов определенных концентраций. Подкормку плодово-ягодных растений производят одно-или полупроцентным раство-

ром минеральных удобрений. Значит, надо уметь решать задачи на вычисление процентов концентраций.

Каждый докладчик в выступлении старался показать применение различных разделов математики в той или иной отрасли сельского хозяйства.

После докладов — викторина, аттракционы, игры.

### СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЙ КРОССВОРД.



По горизонтали:

5. Великий преобразователь природы. 6. Самодвижущаяся машина. 8. Разветвленная часть дерева. 9. Огородное растение. 11. Часть дерева. 12. Корнеплод. 15. Помидор. 16. Крупный злак. 17. Фруктовое дерево. 19. Взрыхление почвы для посева. 20. Овощ.

По вертикали:

1. Сорт яблони. 2. Молодое дерево, самосев. 3. Растение. 4. Соцветие у кукурузы. 7. Член сельскохозяйственной артели. 10. Слой почвы. 11. Корм для скота. 13. Удобрение. 14. Специалист по сельскому хозяйству. 17. Дробленая крупа. 18. Зернохранилище.

### Вопросы викторины.

1. На руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 руках?
2. На березе 16 сучков, на каждом сучке по 10 веток, на каждой ветке по 4 яблока. Сколько яблок всего?
3. Шел Кондрат в Ленинград, навстречу ему — 40 ребят, у каждого из них по корзинке, а в каждой корзинке по 4 котенка. Сколько ребят и сколько котят шли в Ленинград?
4. Произведение каких трех чисел равно их сумме?
5. Есть ли разница между числом и цифрой?
6. Какой знак нужно поставить между 2 и 3, чтобы получить число больше 2 и меньше 3?
7. Кирпич весит 1,5 кг и полкирпича. Сколько весит один кирпич?

8. За столом сидят два отца и два сына. Подали три яйца. Как они распределили их между собой?

9. Хозяйка несла корзину яиц. А дно упало. Сколько яиц осталось?

10. Что больше, произведение или сумма десяти цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

11. В комнате сидят четыре кошки, против каждой кошки сидит по кошке. Сколько кошек в комнате?

12. Какие часы показывают правильное время два раза в сутки?

13. В корзине было 5 яблок, их надо разделить между пятью девочками так, чтобы в корзине осталось яблоко. Как это сделать?

14. Что больше весит: тонна пуха или тонна металла?

15. Назовите первую русскую женщину-математика.

16. У семерых братьев по одной сестре. Сколько всех детей в семье?

17. Чему равен НОД, если НОК равно произведению данных чисел?

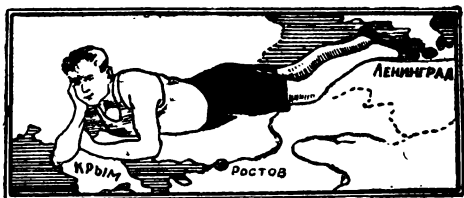
18. Где расстояния измеряются при помощи единицы времени?

## ПЛАКАТЫ

Что такое миллион?

Название *миллион* впервые появилось в Италии в 1500 году.

Миллион людей, взявшись за руки, образовали бы цепь, начало которой было бы в Киеве, а конец в Архангельске.



Человек, увеличенный в миллион раз, если ляжет, растянется от Финского залива до Крыма.

Миллион дней — более 27 столетий.

Миллион секунд составляют 11 суток 13 часов 46 минут 40 секунд.

Миллион букв содержит книга в 600—800 страниц.

Книга в миллион страниц имела бы толщину метров 50.



## Как раньше считали.

1. Раньше умножали так:

$$\begin{array}{r}
 \times 348 \\
 272 \\
 \hline
 696 \\
 + 2436 \\
 \hline
 696 \\
 \hline
 94656
 \end{array}$$

2. Способ умножения в Туркмении в XIX столетии:

46

72	2 8	0 8	3312
	4 2	1 2	

$$72 \cdot 46 = 3312$$

236

563	1 0	1 2	0 6	132868
	1 5	1 8	0 9	
	3 0	3 6	1 8	

$$563 \cdot 236 = 132868$$



### Знаете ли вы!

Русские поэты В. Г. Бенедиктов и М. Ю. Лермонтов увлекались математикой.

Академик-математик В. Г. Имшенецкий родился в Ижевске.

Первая женщина-математик Ипатия жила в V веке нашей эры.

Первый в мире вычислительный центр был создан Улугбеком в Самарканде.

Первая вычислительная машина была изобретена в 1623 году немецким профессором Вильгельмом Шиккардом. Сведения об этой машине появились только в 1958 году (К. А. Рыбников. История математики, стр. 149).

Создателем первого автоматического устройства для умножения и деления явился великий русский математик П. Л. Чебышев.

Современный арифмометр изобретен русским инженером В. Т. Однером в 1874 году.

В 1911 году академик А. Н. Крылов построил машину для решения уравнений колебания корабля.

## II. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ВЕЧЕРА

Для облегчения труда организаторов математических вечеров прилагается материал, собранный и использованный при организации описанных в данной работе математических вечеров.

### ИЗРЕЧЕНИЯ О МАТЕМАТИКЕ

«Как и все другие науки, математика возникла из практических нужд людей: из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из счисления времени, и из механики» (*Ф. Энгельс*).

«Фантазия! Напрасно думают, что она нужна только поэту. Это глупый предрассудок! Даже в математике она нужна, даже открытие дифференциального и интегрального исчисления невозможно было бы без фантазии. Фантазия — есть качество величайшей ценности!» (*В. И. Ленин*).

«Математика дисциплинирует ум, приучает к логическому мышлению» (*М. И. Калинин*).

«Математика — это язык, на котором говорят все точные науки» (*Н. И. Лобачевский*).

«Только с алгеброй начинается строгое математическое учение» (*Н. И. Лобачевский*).

«Лобачевский — это Коперник геометрии; было легче остановить Солнце, легче было двинуть Землю, чем уменьшить сумму углов в треугольнике, свести параллели к схождению и раздвинуть перпендикуляры» (*В. Ф. Каган*).

«Мы приближаемся к тому утопическому времени, когда на долю математики останется только составление уравнений; решать же эти уравнения будут машины» (академик *С. И. Вавилов*).

«Как бы машина хорошо ни работала, она может решать все требуемые от нее задачи, но она никогда не придумает ни одной» (*А. Эйнштейн*).

«Природа не строит никаких машин... Они продукты человеческой индустрии — созданные человеческой рукой органы человеческого мозга» (*К. Маркс*).

«Из всех языков мира самый лучший — это искусственный, весьма сжатый язык, язык математики» (*Н. И. Лобачевский*).

«Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал» (*Ф. Энгельс*).

«Как понятие числа, так и понятие фигуры заимствованы исключительно из внешнего мира, а не возникли в голове из чистого мышления» (*Ф. Энгельс*).

«Наука достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой» (*К. Маркс*).

«Чтобы решить вопрос, относящийся к числам или к отвлеченным отношениям величин, нужно лишь перевести задачу с родного языка на язык алгебраический» (*И. Ньютон*).

«Математика — царица наук, арифметика — царица математики» (*К. Гаусс*).

«Никакое человеческое исследование не может быть названо истиной, если оно не проходит через математические доказательства» (*Леонардо да Винчи*).

«Решение трудной математической проблемы можно сравнить со взятием крепости» (*Н. Виленкин*).

«Я считаю математику важной наукой именно в современных условиях, именно для вас, для советской учащейся молодежи. Математика дисциплинирует ум, приучает к логическому мышлению. Недаром говорят, что математика — это гимнастика ума» (*М. И. Калинин*).

«Какую бы науку вы ни изучали, в какой бы вуз ни поступали, в какой бы области ни работали, если вы хотите там оставить след, то для этого везде необходимо знание математики. А кто из вас не мечтает теперь стать моряком, летчиком, квалифицированным рабочим в различных областях нашей промышленности, строителем, металлургом, слесарем?»

«Но все эти профессии требуют хорошего знания математики. Если вы хотите участвовать в большой жизни, то наполняйте свою голову математикой, пока есть к этому возможность. Она окажет вам потом огромную помощь во всей вашей работе» (*М. И. Калинин*).

«В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии» (*Н. Е. Жуковский*).

«Математик должен быть поэтом в душе» (*С. В. Ковалевская*).

«В истории человечества до Ковалевской не было женщин, равной ей по силе и своеобразию математического таланта» (*С. И. Вавилов*).

«Науки математические с самой глубокой древности обращали на себя особенное внимание, в настоящее время они получили еще более интереса по влиянию своему на искусство и промышленность» (*П. Л. Чебышев*).

«Численные значения нам понадобятся каждый день, поэтому методы их производства и должны быть усвоены в первую очередь» (*А. Н. Крылов*).

«...А математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит» (*М. В. Ломоносов*).

«Химия — правая рука физики, математика — глаз ее» (*М. В. Ломоносов*).

«Природа говорит языком математики, буквы этого языка — круги, треугольники и иные математические фигуры» (*Г. Галилей*).

«Я часто повторяю, что если Вы в состоянии измерить то, о чем Вы говорите, и результат выразить числом, то Вы кое-что знаете об этом предмете» (*Кельвин-Томсон*).

«Математика принадлежит к числу наук, имеющих громадное значение для выработки умения логически мыслить, делать обобщения» (*Н. К. Крупская*).

«Астрономия (как наука) стала существовать с тех пор, как она соединилась с математикой» (*А. И. Герцен*).

«Изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней, словно удваивает жизнь астрономов» (*П. Лаплас*).

«Сближение теории и практики дает самые благотворные результаты, и не одна только практика выигрывает: сама наука развивается под влиянием ее» (*П. Л. Чебышев*).

«Математика, отвлекая линию от площади и площадь от тела, знает, что реально одно тело, а линия и площадь — абстракции» (*А. И. Герцен*).

«Математика является самой древней из всех наук, вместе с тем остается вечно молодой» (*М. Келдыш*).

«Общие математические теории позволяют нам глубоко понять взаимосвязи явлений» (*М. Келдыш*).

«В каждом знании столько истины, сколько математики» (Кант).

«Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле» (А. Н. Крылов).

«В математике красота играет громадную роль» (Н. Г. Чеботарев).

«Вдохновение нужно в геометрии не меньше, чем в поэзии» (А. С. Пушкин).

«Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упускать случая сделать его немного занимательным» (Паскаль).

«Три пути ведут к знанию: путь размышления — самый благодарный, путь подражания — самый легкий и путь опыта — это путь самый горький» (Конфуций).

«При изучении наук примеры не менее поучительны, нежели правила» (И. Ньютон).

«Примеры поучают больше, чем теория» (Ломоносов).

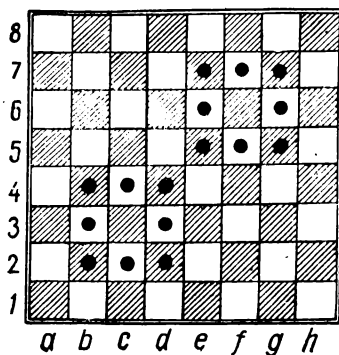
«Необходимо, чтобы школа развивала у ребят умение наблюдать явления сквозь математические очки» (Н. К. Крупская).

«Великая книга природы написана математическими символами» (Галилей).

### ЗАДАЧИ-ПЛАКАТЫ

Ходом коня.

Для решения этой задачи не требуется умения играть в шахматы. Достаточно лишь знать, как перемещается



фигура коня по доске. На шахматной доске расставлены черные пешки так, как показано на схеме.

Поставьте белого коня на любую свободную клетку шахматной доски с таким расчетом, чтобы этим конем можно было снять с доски все черные пешки, делая при этом наименьшее возможное число ходов конем.

Вес слона равен весу комара.

Один любитель математических развлечений, занимаясь как-то различными преобразованиями алгебраических выражений, пришел к странному выводу, что вес слона равен весу комара! Он рассуждал следующим образом:

Пусть  $x$  — вес слона, а  $y$  — вес комара. Обозначим сумму этих весов через  $2p$ :  $x + y = 2p$ .

Из этого равенства можно получить еще два:

$$x - 2p = -y, \quad x = -y + 2p.$$

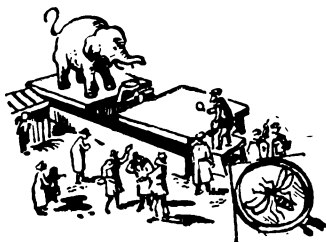
Перемножим почленно последние два равенства:

$$x^2 - 2px = y^2 - 2py.$$

Прибавим к обеим частям последнего равенства по  $p^2$ , получим:

$$x^2 - 2px + p^2 = y^2 - 2py + p^2 \text{ или } (x - p)^2 = (y - p)^2.$$

Извлекая квадратный корень из обеих частей последнего равенства, получим:  $x - p = y - p$ , или  $x = y$ , т. е. вес слона ( $x$ ) равен весу комара ( $y$ ). В чем тут дело?



Упрощенный признак делимости на 8.

В школе сообщается такой признак делимости на 8, по которому вопрос этот сводится к делимости на 8 некоторого трехзначного числа. Но задача эта сама по себе тоже не проста и фактически сводится к непосредственному делению.

Уже известный признак делимости на 8 дополняется признаком делимости на 8 трехзначного числа:

*На 8 делится всякое трехзначное число, у которого двузначное число, образованное цифрами сотен и десятков, сложенное с половиной числа единиц, делится на 4.*

Объединенный признак делимости на 7, 11, 13.

Для того чтобы определить, делится ли данное число на 7, 11 или 13, разбивают его справа налево на грани по 3 цифры.

Если разность сумм граней данного числа, взятых через одну, делится на 7 или на 11, или на 13, то и данное число делится соответственно на 7 или на 11, или на 13.

Например, дано число 42 623 295, которое разбивается на 3 грани. Находим  $(295+42)-623=-286$ . Это число делится на 11 и на 13, а на 7 оно не делится.

Следовательно, число 42 623 295 делится на 11 и на 13.

Курьез делимости.

В каждом из нижеприведенных чисел:

2 438 195 760;

4 753 869 120;

3 785 942 160;

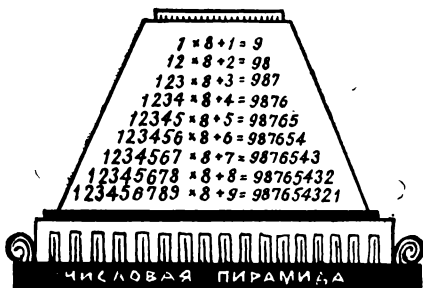
4 876 391 520

есть все цифры от 0 до 9, но каждая цифра только по одному разу. Каждое из этих чисел делится на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 и 18.

Возвышение в квадрат многозначного числа.

Чтобы возвысить в квадрат многозначное число, достаточно взять квадрат первой слева цифры, затем удвоенное произведение первой цифры на вторую, далее квадрат второй цифры, затем удвоенное произведение числа, изображенного первыми двумя цифрами, на третью, далее квадрат третьей цифры, затем удвоенное произведение числа,

изображенного первыми тремя цифрами, на четвертую, далее — квадрат четвертой цифры и т. д. Каждое из полученных чисел подписать одно под другим так, чтобы последующее выступало на одну цифру вправо по сравнению с предыдущим, а затем все эти числа сложить.



Например:

1)  $346^2=9$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 16 \\ 408 \\ 36 \\ \hline 119716 \end{array}$$

2)  $3235^2=9$

$$\begin{array}{r} 124 \\ + 1929 \\ 3230 \\ 25 \\ \hline 10465225 \end{array}$$

3)  $6203^2=36$

$$\begin{array}{r} + 24400 \\ 37209 \\ \hline 38477209 \end{array}$$

· Извлечение кубического корня в уме.

· Чтобы извлечь кубический корень в уме, нужно знать кубы чисел до  $10: 2^3=8, 3^3=27, 4^3=64, 5^3=125, 6^3=216, 7^3=343, 8^3=512, 9^3=729, 10^3=1000$ .

Последние цифры кубов всех чисел различные.

Извлечение корня производится так: от названного числа мысленно отделяются запятой три знака справа (389, 017). Если в числе слева от запятой оказывается не более трех знаков, то искомое число будет двузначным, и можно не задумываясь назвать крайнюю справа цифру его. Это будет 3. Только куб «3» оканчивается цифрой 7. Первую цифру искомого числа можно узнать по числу, стоящему слева от запятой (389). Какое число, возведенное в куб, дает 389?  $7^3=343$ , а  $8^3=512$ . Берем меньшее — 7.

Магический ряд Торопова.

$$\begin{aligned} 2R &= \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b}{2\cos\frac{c}{2}\cos\frac{A-B}{2}} = \frac{P}{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}} = \\ &= \frac{p-a}{2\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}} = \frac{r}{2\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}} = \frac{ha}{\sin B \cdot \sin C} = \\ &= \frac{\sqrt{2s}}{\sqrt{\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}}. \end{aligned}$$

$A, B, C$  — углы треугольника, а  $a, b, c$  длина сторон его.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ И ФОКУСЫ

### «Веселый счет»

Игра «Веселый счет» по своему содержанию больше подходит для учащихся младших классов, но с не меньшей охотой участвуют в ней и ученики более старшего возраста.

Берутся два листа бумаги и на каждом из них строится по квадрату. Каждый квадрат разбивается на 25 квадратов. В этих квадратах без всякого порядка размещаются целые числа от 1 до 25.



6	17	41	2	9
16	1	25	6	19
24	10	18	20	13
15	23	4	12	3
7	14	22	8	21

7	25	8	18	2
16	9	24	13	22
10	23	9	3	6
15	4	14	17	19
11	20	12	21	5

Кто первый из двух играющих покажет последовательно все числа, тот и выигрывает.


Квадрат может быть разбит не только на 25, но на большее или на меньшее число квадратинов. Маленькие квадратики можно раскрасить в различные цвета.


### Математическая эстафета.

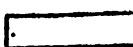
На двух листах бумаги столбиком записывается одинаковое количество примеров. Каждый пример в отдельности заклеивается бумажной лентой. В игре количество участников равно числу примеров, записанных на обоих листах. Игроки делятся на две команды. Одна команда решает примеры одного листа, другая команда — другого. Решение примеров начинается по сигналу ведущего. Одновременно решают два участника игры, по одному из каждой команды. Решивший должен отойти. На его место встает следующий член команды, снимает наклейку с очередного примера и решает.

За каждый правильно решенный пример команде засчитывается установленное количество очков. За неправильное решение это количество очков вычитается.


$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$$

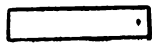
$xy =$    $=$

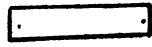
  $=$

  $=$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$y =$    $=$

  $=$

  $=$

Игра прекращается с решением всех примеров на одном из листов. Выигрывает та команда, которая за это время наберет больше очков.

В этой игре, кроме знания математики, проверяются быстрота и сообразительность.

### Отгадывание задуманного числа.

#### I. Ведущий предлагает:

- 1) Задумать число.
- 2) Умножить его на 2.
- 3) К произведению прибавить 3.
- 4) Полученную сумму умножить на 4.
- 5) От полученного произведения вычесть 12.
- 6) Полученную разность разделить на задуманное число. Ведущий говорит, что у всех получилось 8.

$$\frac{(2a+3)4-12}{a} = \frac{8a+12-12}{a} = 8.$$

#### II. Ведущий предлагает:

- 1) Задумать число.
- 2) Прибавить к нему 5.
- 3) Сумму умножить на 3.
- 4) Из произведения вычесть 7.
- 5) Вычесть еще 8.
- 6) Сказать ответ.

Задуманное число будет равно одной трети полученного, так как  $(a+5) \cdot 3 - 7 - 8 = 3a + 15 - 15$ , где  $a$  задуманное число.

#### III. Ведущий предлагает:

- 1) Задумать двузначное число.
- 2) Число десятков задуманного числа умножить на 2.
- 3) К произведению прибавить 5.
- 4) Полученную сумму умножить на 5.
- 5) К произведению прибавить 10.
- 6) Прибавить еще число единиц задуманного числа.

Спросить ответ и вычесть из него 35. Получится задуманное число. **Объяснение.** Пусть задуманное число было  $10a+b$ . Тогда решение выразится так  $(a \cdot 2 + 5) \cdot 5 + 10 + b - 35 = 10a + 25 + 10 + b - 35 = 10a + b$ .

«Отгадай!».

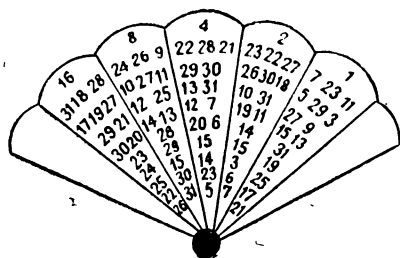
Для игры «Отгадай!» составляются таблицы:

1	13	11	9	7	5	3	1	2	14	11	10	7	6	3	2
	27	25	23	21	19	17	15		27	26	23	22	19	18	15
	41	39	37	35	33	31	29		42	39	38	35	34	31	30
	55	53	51	49	47	45	43		55	54	51	50	47	46	43
3				63	61	59	57	4				63	62	59	58
	14	13	12	7	6	5	4		14	13	12	11	10	9	8
	29	28	23	22	21	20	15		29	28	27	26	25	24	15
	44	39	38	37	36	31	30		44	43	42	41	40	31	30
5	55	54	53	52	47	46	45	6	59	58	57	56	47	46	45
				63	62	61	60					63	62	61	60
	22	21	20	19	18	17	16		38	37	36	35	34	33	32
	29	28	27	26	25	24	23		45	44	43	42	41	40	39
	52	51	50	49	48	31	30		52	51	50	49	48	47	46
	59	58	57	56	55	54	53		59	58	57	56	55	54	53
				63	62	61	60					63	62	61	60

Играющему предлагается загадать одно из чисел, помещенных в таблицы. Затем он должен сказать, на каких таблицах есть задуманное им число. Ведущий незаметно в уме складывает все числа, находящиеся в верхнем правом углу каждой указанной игроющим таблицы. Полученная сумма и будет служить ответом.

Например, загадано число 55. Оно содержится в таблицах 1, 2, 3, 5 и 6. В верхних правых уголках этих таблиц расположены числа 1, 2, 4, 16 и 32. Сумма этих чисел и составляет 55 ( $1+2+4+16+32=55$ ).

«Арифметический веер».



На красочно оформленном веере расположить числа. Номера перьев обозначить на концах веера (1, 2, 4, 8, 16). Играющий задумывает число, расположенное на веере, и говорит, на ка-

ких перьях оно есть. Сумма номеров перьев дает задуманное число.

Игру можно назвать «Волшебной птицей», если изобразить хвост птицы и числа записать на перьях его.

«Отгадай!», «Арифметический веер» и «Волшебная птица» — подобные игры. Разница лишь в месте расположения номеров таблиц или перьев.

Отгадывание возраста и номера дома.

Одного из играющих просят втайне сделать такие упражнения:

1. Написать номер своего дома.
2. Умножить его на 2.
3. Прибавить к произведению 5.
4. Умножить полученный результат на 50.
5. К полученному произведению прибавить свой возраст, а затем число 365.

Полученный результат показывается всем участникам. Из этого результата ведущий про себя вычитает число 615. Две первые цифры полученной разности показывают число, равное возрасту, а оставшиеся цифры слева составляют число, которое является номером дома.

Отгадывание числа и месяца рождения.

Участник игры проделывает в уме такие операции:

1. Записывает на листе бумаги дату дня своего рождения.
2. Записанное число удваивает.
3. Новый результат умножает на 10.
4. К полученному произведению прибавляет 73.
5. Всю эту сумму умножает на 5.
6. К произведению прибавляет номер месяца своего рождения и окончательный результат сообщает ведущему.

Ведущий вычитает из этой суммы про себя 365 и сообщает участнику игры день и месяц его рождения, которые он «угадывает» следующим образом: две цифры крайние справа полученной им разности показывают номер месяца рождения, а оставшиеся цифры слева — дату дня рождения.

### Аттракционы

«Перекладывание шашек».

Двое становятся около стульев в 2—3 метрах друг от друга. Перед каждым в 5—6 метрах стоит стул, на кото-

ром лежит 6 шашек. По сигналу ведущего оба участника с завязанными глазами бегут к своему стулу, берут одну шашку и, вернувшись, кладут ее на стул, от которого отбежали. Затем бегут за второй шашкой и т. д. Уронивший шашку должен поднять ее и нести дальше.

Выигрывает тот, кто раньше перенесет все 6 шашек с одного стула на другой.

### «П р и к л е й н о с».

К стене прикалывается листок с изображением клоуна. Нужно с определенного расстояния с завязанными глазами подойти к клоуну и приставить нос.

### «З а д у й с в е ч у».

На расстоянии двух метров нужно задуть свечу.

### «П о п а д и в к о р о б к у».

Для аттракциона нужна коробка (размер коробки: 1 дм<sup>3</sup>) и несколько конфет.

Коробку ставят на стул. Одному из играющих завязывают глаза и дают в руки палку. Отводят его на расстояние 6—7 метров. Он должен подойти к коробке и стукнуть по ней палкой.

Попавший в коробку получает ее содержимое.



### «Р а с с т а в ь ш а х м а т ы».

Участвуют в игре двое. Один из них получает белые шахматные фигуры, а другой — черные. С завязанными глазами они должны расставить все шахматные фигуры на доску для игры. Выигрывает тот, кто это сделает быстрее.

### Волшебные весы

Для устройства волшебных весов используют обыкновенные стрелочные (десятичные) весы, на шкалу которых наносят список наиболее распространенных имен. Эти же имена наносят на гири — деревянные пластинки или бру-

сочки определенного веса. Если десятичных весов нет (другими их заменить нельзя) список имен можно поместить на вертикальную стойку. Вместо гирь использовать брусочки различной толщины.

Устройство волшебных весов основано на свойствах двоичной системы счисления: всякое число в двоичной системе, как и в любой другой, может быть записано единственным образом; запись состоит только из нулей и единиц.

Каждому имени присваивают номер и записывают его  $n$ -значным двоичным числом. Так как этих чисел всего  $2^n - 1$  (ноль не берем), а на шкале десятичных весов 1000

делений, то на одно имя приходится  $\frac{1000}{2^n - 1}$  делений. Величина  $n$  ограничена чувствительностью весов. Если, например, чувствительность весов 30 делений шкалы, то  $\frac{1000}{2^n - 1} \geq 30$ . Решая это неравенство, получим  $n \leq 5$ , то есть нам придется взять всего  $2^5 - 1 = 31$  имя. Этот случай иллюстрируется в таблице.

Гири для весов можно изготовить из деревянных пластинок, регулируя их вес дробинками, вставленными в высверленные отверстия. Вес  $k$ -й пластинки в нашем случае равен  $P_k = 30 \cdot 2^k$  г, где  $k=0, 1, 2, 3, 4$ , то есть 30 г, 60 г, 120 г, 240 г, 480 г.

Если вместо весов использовать деревянную стойку — волшебную шкалу — то число  $n$  можно брать больше 5, но брусочки при этом получаются толстые. Вполне достаточно взять нулевой брусок в 1 см. Тогда толщина других при  $n=6$  будет 2 см, 4 см, 8 см, 16 см, 32 см. Таким образом, можно зашифровать 63 имени.

Изготовив пластинки (брусочки), на них наносят имена, а именно на  $k$ -ю пластинку — все те имена, в  $k$ -м разряде двоичной записи которых стоит 1.

Загадавший имя отбирает те пластинки, на которых написано данное имя, и кладет их на весы. А так как каждому имени соответствует двоичное число, а каждому числу — свой вес, то стрелка весов и показывает загаданное имя.



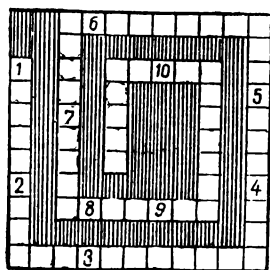
Например, если задумано имя № 14, то его двоичная запись будет 01110, значит, это имя будет на пластинках с весом в 60 г, 120 г, 240 г. «Вес» имени равен 420 г. На шкале весов имя должно находиться над числом 420.

Таблица для волшебных весов при  $n=5$

№ имени	κ					Вес имени, г
	4	3	2	1	0	
1	0	0	0	0	1	30
2	0	0	0	1	0	60
3	0	0	0	1	1	90
4	0	0	1	0	0	120
5	0	0	1	0	1	150
6	0	0	1	1	0	180
7	0	0	1	1	1	210
8	0	1	0	0	0	240
9	0	1	0	0	1	270
10	0	1	0	1	0	300
11	0	1	0	1	1	330
12	0	1	1	0	0	360
13	0	1	1	0	1	390
14	0	1	1	1	0	420
15	0	1	1	1	1	450
16	1	0	0	0	0	480
17	1	0	0	0	1	510
18	1	0	0	1	0	540
19	1	0	0	1	1	570
20	1	0	1	0	0	600
21	1	0	1	0	1	630
22	1	0	1	1	0	660
23	1	0	1	1	1	690
24	1	1	0	0	0	720
25	1	1	0	0	1	750
26	1	1	0	1	0	780
27	1	1	0	1	1	810
28	1	1	1	0	0	840
29	1	1	1	0	1	870
30	1	1	1	1	0	900
31	1	1	1	1	1	930

## Чайнворд «Геометрия»

1. Единица измерения плоских углов и дуг. 2. Часть, отсекаемая от круга секущей. 3. Геометрическая фигура, ограниченная тремя взаимно пересекающимися прямыми. 4. Сторона прямоугольного треугольника. 5. Прибор для измерения и построения углов. 6. Расстояние от центра до любой точки окружности. 7. Часть круга, заключенная между двумя радиусами.



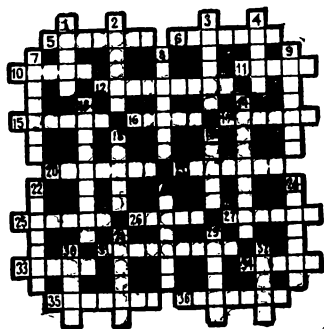
8. Параллелограмм, все стороны которого равны. 9. Прямая, делящая угол на две равные части. 10. Предложение, принимаемое без доказательства.

## Кроссворд «Математика»

По горизонтали:

5. Линия в треугольнике. 6. Зависимая переменная. 10. Латинское слово, от которого произошло обозначение предела. 11. Французский математик (1811—1832), создатель теории групп, названной его именем. Погиб в 21 год на дуэли. 12. «Каучуковая» геометрия. 15. Основное понятие исчисления, явившегося развитием и обобщением векторного исчисления и теории матриц. 16. Древнегреческий мыслитель, сформулировавший ряд математических парадоксов. Это о нем писал А. С. Пушкин: «Движенья нет, сказал мудрец брадатый». 17. Французский математик

(1838—1922), который впервые дал строгое определение понятию «непрерывная кривая». Например, кривая, способная заполнить все точки квадрата. 20. Советский математик, академик, автор работ по теории функций комплексного переменного. 21. Вторая степень какой-либо величины. 25.  $\frac{1}{360}$  часть дуги. 26. Обозначение количества. 27. Геометрический образ. 31. Математический символ, изображаемый восклицательным





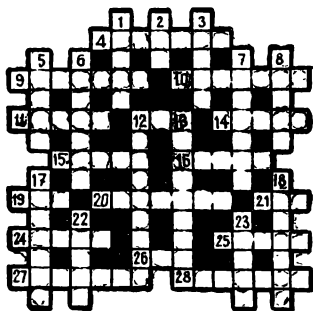
знаком. 33. Машинный язык. 34. Древнегреческий ученый, впервые поделивший год на 365 дней. 35. Перпендикуляр к касательной. 36. То, что подвергается действию оператора.

По вертикали:

1. Изобретатель натуральных логарифмов (1550—1617). За основание этих логарифмов принято не 10, а число «е», которое впоследствии называли эйлеровым. 2. Создатель теории множеств. Родился в 1845 году в Петербурге. 3. Раздел высшей математики. 4. Создатель одной из неевклидовых геометрий — эллиптической. 7. Поперечник. 8. Тело вращения. 9. Псевдоним, за которым скрывается группа французских математиков. 13. Множество всех точек отрезка. 14. Советский тополог, академик, лауреат Ленинской премии 1962 года. Потеря зрения в детстве не помешала ему стать математиком мирового класса. 18. Длина, лишенная ширины (по определению Евклида). 19. Английский математик (1667—1754). Нашел формулу  $(\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = \cos n\alpha + i \sin n\alpha$ . 22. Инструмент для вычерчивания окружностей. 23. Математическое предложение, принимаемое без доказательств. 24. Одна из точек орбиты спутника Земли. 28. Единица измерения углов. 29. Единица измерения расстояний, равная 206 265 астрономическим единицам. 30. Одночлен. 32. Ученый, который разыскал египетский папирус с задачей о делении ста мер хлеба между пятью людьми.

По вертикали:

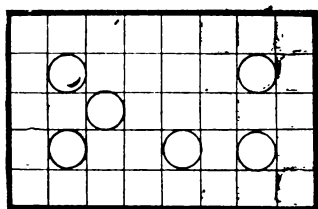
1. Способ доказательства. 2. Часть прямой, ограниченная с одной стороны. 3. Непреложное правило. 5. Одночлен. 6. Великий русский математик. 7. Тригонометрическая функция угла. 8. Математический знак. 12. Кривая — разновидность эллипсиса. 13. Вторая степень квадрата числа. 17. Ограниченная часть прямой. 18. Положение, принимаемое без доказательства. 22. Вспомогательная теорема. 23. Знак, обозначающий число.



По горизонтали:

4. Прямая, пересекающая окружность в двух точках. 9. Систематичность в расположении предметов. 10. Тождество геометрических фигур по форме при различии по величине. 11. Замечательная точка в эллипсе. 12. Третья степень. 14. Тригонометрическая функция угла. 15. Порядковое число предмета. 16. Тело вращения. 19. Трехзначное число. 20. Кривая, закручивающаяся вокруг точки. 21. Обозначение неизвестного. 24. Геометрическое понятие. 26. Цифра. 27. Аналитическое выражение. 28. Предложение, которое доказывают.

### Волшебная карта



Игра заключается в отгадывании чисел от 1 до 63. Изготавливается семь карточек одинакового размера, таких, как показано на рисунке. Где изображены кружочки, нужно прорезать отверстия.

Отгадывают числа по карточ-

33	49	27	17	21	55	61	39
3		31	41	63	43		13
15	7	1	19	15	23	59	41
57		29	9		35		51
53	5	47	25	45	33	11	37

2

11	38	62	51	43	26	55	15
10		63	35	31	19		46
14	3		59	27	7	58	18
26		6	47	2	39		22
54	23	50	30	35	42	11	34

4

5	47	28	53	61	13	20	52
37		44	30	46	55	4	7
22	63		12	62	14	60	31
23		29	54		15		6
45	36	39	21	47	28	63	38

8

45	63	27	10	58	9	61	42
29	8	11	57	30	59		62
13	24		60	40	47	14	56
45		12	44		25		27
43	15	41	31	26	62	12	28

кам так: отбирают те карточки, на которых содержится задуманное число. Накладывают отобранные карточки друг на друга в любом порядке. Сверху прикрывают «волшебной картой». Сумма чисел, видимых сквозь отверстия, будет равняться задуманному числу.

16

54	23	18	58	63	31	26	51
29	○	61	50	20	27	○	52
56	28	○	17	59	48	21	60
31	○	19	55	○	30	16	53
62	49	24	57	22	52	27	75

32

39	63	54	38	45	61	49	33
53	○	57	46	43	41	○	62
34	40	○	55	42	51	59	35
60	32	44	59	○	58	○	58
36	48	50	56	52	47	42	37

Можно найти задуманное число и без применения «волшебной карты». Достаточно сосчитать сумму номеров тех карточек, на которых написано задуманное число. Эта сумма и будет равняться искомому числу.

### Не открывая кошельков

Фокус заключается в том, чтобы, не открывая кошельков, набрать любую сумму денег до трех рублей.

Берется 9 кошельков. Три рубля распределяются в них следующим образом: в первом кошельке — одна копейка, во втором — две копейки, в третьем — четыре копейки, в четвертом — восемь копеек, в пятом — шестнадцать копеек, в шестом — тридцать две копейки, в седьмом — шестьдесят четыре копейки, в восьмом — один рубль двадцать восемь копеек и в оставшемся девятом — остальные сорок пять копеек.

$(300 - 1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32 - 64 - 128 = 45)$ .

Для большего эффекта целесообразно иметь кошельки различных цветов. Ведущему фокус нужно запомнить, в каком кошельке сколько денег, чтобы быстрее и без ошибок набрать нужную сумму. Кроме того, ведущий должен иметь под рукой запись всех чисел от 1 до 300 с указанием из каких «кошельков» складывается эта сумма. Например,  $5 = 1 + 4$ ,  $28 = 16 + 8 + 4$ ,  $129 = 128 + 1$ ,  $273 = 128 + 64 + 45 + 32 + 4$  и т. д.

### Кто что взял

Для проведения фокуса нужно иметь 24 спички и три небольших предмета, допустим, что это карандаш, ручка и нож. Условно их назовем *К*, *Р* и *Н*. В проведении фокуса, кроме ведущего, участвует три человека, назовем их *А*, *В* и *С*. Одному из них, допустим *А*, ведущий выдает 1 спичку, *В* — 2 спички и *С* — 3 спички. Остальные 18 спичек и все три предмета должны лежать на столе на видном месте.

Ведущий поворачивается спиной к столу и предлагает  $A$ ,  $B$  и  $C$  взять по одному предмету  $K$ ,  $P$  или  $H$ . Затем, взявшему  $K$ , предлагается еще взять столько спичек, сколько ему дали первоначально. Взявший  $P$  должен еще взять в два раза больше того, что он уже имеет, и взявший  $H$  берет еще спичек в четыре раза больше того, что он имел первоначально. После этого ведущий предлагает спички и взятые вещи положить в карман, сам поворачивается к столу и смотрит на число оставшихся спичек. Здесь может быть 6 случаев.

1. На столе осталась одна спичка. Это может быть, когда  $K$  у  $A$ ,  $P$  у  $B$  и  $H$  у  $C$ , так как спички разложились так:

- у  $A$  — 2 спички ( $1+1=2$ ),
- у  $B$  — 6 спичек ( $2+2 \cdot 2=6$ ),
- у  $C$  — 15 спичек ( $3+3 \cdot 4=15$ ).

2. Осталось две спички, при этом  $K$  у  $B$ ,  $P$  у  $A$  и  $H$  у  $C$ . Спички в этом случае распределились так: у  $A$  3 спички ( $1+2 \cdot 1=3$ ), у  $B$  4 спички ( $2+2=4$ ), у  $C$  15 спичек ( $3+4 \cdot 3=15$ ).

3. Если осталось три спички, аналогично можно установить, что  $K$  у  $A$ ,  $P$  у  $C$  и  $H$  у  $B$ .

4. При пяти оставшихся спичках  $K$  у  $C$ ,  $P$  у  $A$  и  $H$  у  $B$ .

5. Шесть спичек остается, когда  $K$  у  $B$ ,  $P$  у  $C$  и  $H$  у  $A$ .

6. В остатке 7 спичек, когда  $K$  у  $C$ ,  $P$  у  $B$  и  $H$  у  $A$ .

### ЗАДАЧИ И ГОЛОВОЛОМКИ.

Расставьте знаки.

$$\boxed{\phantom{0}} \times \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \times \boxed{\phantom{0}}$$

Данные цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 нужно расставить в пустые клетки этого равенства так, чтобы оно было верным.

В результате 10.

$$7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8 = 10.$$

$$5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 10.$$

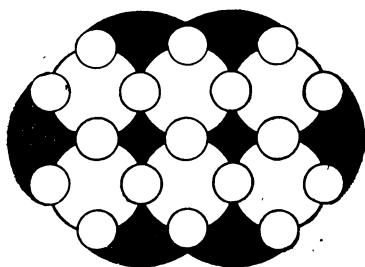
$$8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 = 10.$$

$$7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 10.$$

$$6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 = 10.$$

$$4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 10.$$

Вместо точек поставить соответствующие знаки действий или скобки. Знаки деления не ставятся.

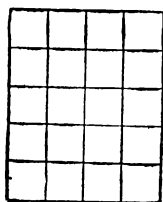
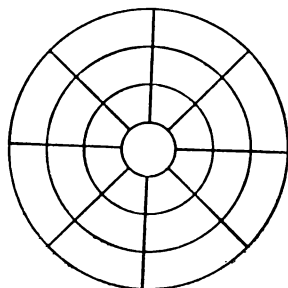


## Шесть кругов

В кружках этой фигуры расставьте порядковые числа от 1 до 17 включительно так, чтобы сумма четырех чисел, соединенных каждым из шести кругов, равнялась 32.

## Всюду 100.

Расставьте числа от 1 до 25 в полученные клетки так, чтобы сумма чисел, расположенных по окружностям и по диаметрам, равнялась 100.



Разрежьте прямоугольник.

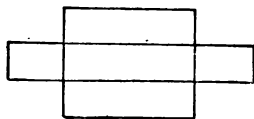
Перерисуйте этот прямоугольник и разрежьте его на 4 части так, чтобы они были одинаковой формы и содержали по 5 квадратов каждая.

## Цилиндр и куб.

Есть три равных цилиндра, радиус основания которых равен 10 см, а высота — 20 см. Как надо вложить эти три цилиндра в кубическую коробку с размерами 20 см, 20 см, 20 см, чтобы ни один цилиндр нельзя было сдвинуть с места?

## Одним росчерком.

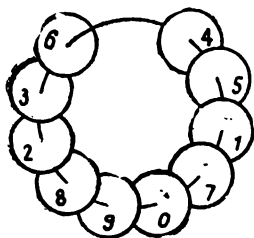
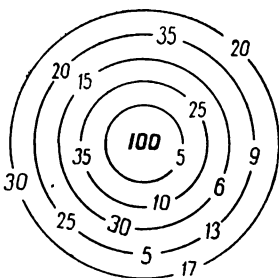
Начертить эту фигуру одним росчерком, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя ни одной линии дважды.



## Как пройти?

Попробуйте пройти к центру круга так, чтобы из пройденных цифр в сумме получилось 100.

Не снимая диска с кольца.



На стальном кольце 10 металлических дисков с цифрами. Не снимая ни одного диска с кольца, разбейте их на три группы так, чтобы при умножении числа, образованного из цифр первой группы дисков, на число, образованное из цифр второй группы, получилось число, образованное из цифр третьей группы дисков.

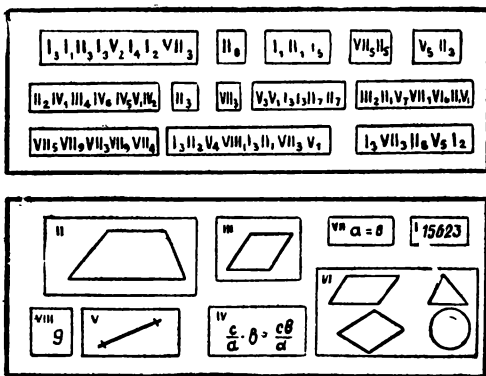
## Впервые в мире.

Прочитайте при помощи буквенного кольца (слева) текст, зашифрованный цифрами (справа). Подумайте, как это сделать.

3	A	B	A	H	H
2	K	A	H	O	
1	P	P	C	Я	
	1	2	3	4	5

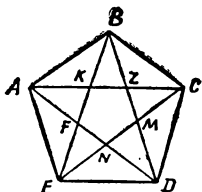
1,2	2,4	1,3	1,3	3,4
1,4	1,2	2,4	3,3	3,4
	2,3	3,1	1,1	2,4
	3,3	3,2	2,4	3,3
	2,3	2,4	3,5	2,2
	2,4	3,3	2,1	3,4

## Что здесь написано?



Если вы найдете ключ к чтению цифр, помещенных в рамках, то сумеете прочитать высказывание знаменитого русского ученого А. С. Попова.

Цифры, расположенные в первых 13 рамках, обозначают буквы, составляющие слова, значение которых изображено в следующих 8 рамках. Римская цифра обозначает номер рамки, а индекс при ней показывает место буквы в слове.



### Сосчитай!

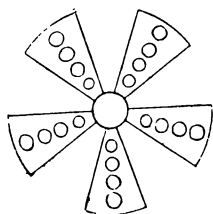
Проверьте, сколько в данной фигуре треугольников.

На толстом листе бумаги или картона начертите пятиугольник, проведите все его диагонали, напишите заголовок и положите на стол.

Можно начертить любой другой многоугольник.

В каждом ряду — 63.

В кружочки впишите числа от 1 до 21, поставив последнее число в центре. Разместите их таким образом, чтобы сумма чисел каждого вертикального ряда была равна 63.



### Разрубить подкову

Двумя ударами топора разрубить подкову на 6 частей, не перемещая частей после удара.

### Семь роз.

К чаю был куплен торт. Как тремя прямыми линиями разрезать его на 7 частей, чтобы в каждой части при этом оказалось по одной розочке?



## Шесть стаканов.

На столе стоят шесть стаканов, из которых три пустые, а в три налита вода.

Сделайте так, чтобы пустые и полные стаканы чередовались. Брать в руки разрешается только один стакан.

## РЕБУСЫ

В следующих примерах одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры. Попробуйте их расшифровать.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \times \begin{array}{r} ABC \\ BAC \end{array} \\
 \hline
 \dots\dots A \\
 \dots\dots B \\
 \hline
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \begin{array}{r} МУХА \\ ХА \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} ХА \\ \hline УХА \end{array} \right. \\
 \hline
 \begin{array}{r} КХ \\ АР \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} УХА \\ УХА \end{array} \\
 \hline
 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad + \begin{array}{r} ФУТ \\ БОЛ \end{array} \\
 \hline
 ИГРА
 \end{array}$$

где И=О

$$\begin{array}{r}
 4. \quad \times \begin{array}{r} АТОМ \\ АТОМ \end{array} \\
 \hline
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \\
 \dots\dots\dots \\
 \hline
 \dots\dots\dots АТОМ
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5. \quad \times \begin{array}{r} ABC \\ ХУР \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} ААГС \\ КУКС \\ УХС \end{array} \\
 \hline
 РАТСС
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6. \quad \times \begin{array}{r} АБВ \\ ГД \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} ЕДВ \\ ГДВ \end{array} \\
 \hline
 ИЗБВ
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7. \quad \begin{array}{r} Б \\ АААА \\ + АААА \\ АААА \end{array} \\
 \hline
 БАААА
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8. \quad \begin{array}{r} НАУКА \\ + И \end{array} \\
 \hline
 ЖИЗНЬ
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9. \quad + \begin{array}{r} ОХОХО \\ АХАХА \end{array} \\
 \hline
 АХАХАХ
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10. \quad \times \begin{array}{r} р р р \\ \phantom{р} р р \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} р р р р \\ р р р р \end{array} \\
 \hline
 р р р р р
 \end{array}$$

В этом примере буквой р зашифрованы простые числа 2, 3, 5, 7.



$$\begin{array}{r}
 11. \quad А Б - В Г = В Д \\
 \quad \quad + \quad \quad + \quad \quad + \\
 \quad \quad Е Н - \quad И = Г Г \\
 \quad \quad К Б - Г Н = Л Б
 \end{array}$$

(Одинаковые буквы обозначают одинаковые числа.)

В данных примерах каждой букве соответствует определенная цифра. Решив эти примеры и расставив буквы в порядке их цифрового значения, вы получите название одной из станций Литовской железной дороги.

- а) Р Х К : Ч В К = Е
- б) Е Х С - Ч Е Е = Ч Н О
- в) С Ч + Я В = Ч Н С
- г) Р Х К - Е Х С = С Ч
- д) Ч Б К + Ч Е Е = Я В
- е) Е + Ч Н О = Ч Н С

### Найдите числа

Вместо точек подставьте соответствующие цифры.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \begin{array}{r} \times \quad . \quad . \quad 7 \\ \quad \quad 1 \quad . \quad . \\ \hline \quad \quad 6 \quad . \quad 4 \\ \quad . \quad . \quad . \quad 2 \\ \quad . \quad 1 \quad . \\ \hline . \quad 1 \quad . \quad 5 \quad 4 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \begin{array}{r} \times \quad . \quad 7 \quad . \quad . \quad . \\ \quad \quad \quad 7 \quad 4 \quad 3 \\ \hline \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5 \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline \quad 4 \quad 2 \quad . \quad . \quad . \quad 8 \quad 7 \quad 5 \end{array}
 \end{array}$$

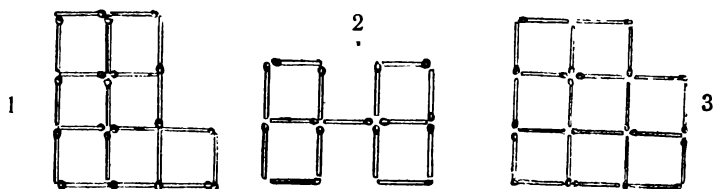
$$\begin{array}{r}
 3. \quad \begin{array}{r} . \quad . \quad 7 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7 \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad 7 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad 7 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad 7 \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \hline 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4. \quad \begin{array}{r} \times \quad 39 \quad . \\ \quad \quad 3 \quad . \\ \hline \quad \quad 8 \quad . \\ \quad 1 \quad 1 \quad 9 \quad 1 \\ \hline 1 \quad . \quad . \quad 9 \quad 8 \end{array}
 \end{array}$$

## ИГРЫ, ЗАДАЧИ СО СПИЧКАМИ

Хорошо иметь на столе игры-задачи со спичками.

На отдельных листах бумаги построить фигуры, изображенные отрезками прямых. Тут же записать задачу и приложить к листу нужное количество спичек.



1. Переложите 7 спичек так, чтобы получилось 4 квадрата.

2. Переложите 2 спички так, чтобы образовалось 5 равных квадратов.

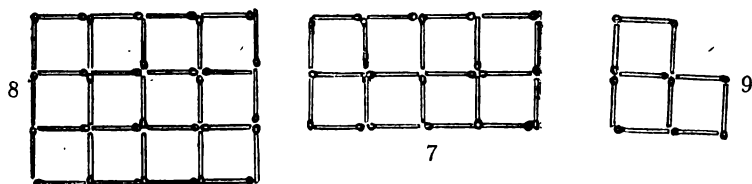
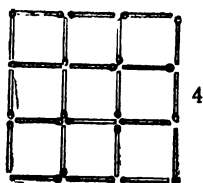
3. Переложите 2 спички так, чтобы получилось 7 равных квадратов.

Из полученной фигуры выньте две спички так, чтобы осталось 5 квадратов.

4. Из данного квадрата нужно вынуть 8 спичек так, чтобы из оставшихся образовалось 4 равных квадрата (2 решения).

5. Из 6 спичек составить четыре равных треугольника.

6. Как доказать спичками, что если от 8 отнять 5, то ничего не останется.

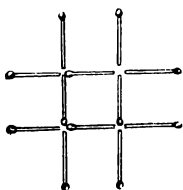


7. Выньте 4 спички так, чтобы образовалось 5 равных или неравных квадратов.

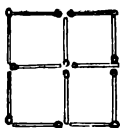
8. Переложите 12 спичек из всех образующих эту фигуру так, чтобы образовалось 2 равных квадрата.

9. Из 10 спичек составлены 3 равных четырехугольника. Одна спичка удаляется, а из остальных 9 спичек требуется составить 3 новых равных четырехугольника.

10



11



10. Переложите 3 спички так, чтобы получилось три квадрата.

11. Переложите 4 спички так, чтобы получилось два квадрата.

«Стрела». Из 16 спичек построена стрела.



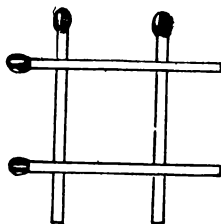
а) Переложите 8 спичек так, чтобы получилось 8 равных треугольников.

б) Переложите 7 спичек так, чтобы получилось 5 равных четырехугольников.

13. Как из 13 целых спичек (длина каждой 5 сантиметров), положенных одна около другой, составить метр.

14. Как из шести спичек построить шесть равносторонних треугольников?

## 12 прямых углов



Если сложить из четырех спичек квадрат, они образуют четыре прямых угла. Если расположить спички так, как показано на рисунке, они образуют шестнадцать прямых углов. Уберите одну из спичек и попробуйте расположить три оставшиеся спички так, чтобы они образовали двенадцать прямых углов. Сгибать и ломать спички, разумеется, нельзя.

## ВИКТОРИНА

[для учащихся младших классов]

1. Разделить сто наполовину. Сколько при этом получится?

2. Если в 12 часов ночи идет дождь, то можно ли ожидать, что через 72 часа будет солнечная погода?

3. Половина числа — треть его. Какое это число?

4. У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько братьев и сколько сестер?

5. Я задумал число. Если к половине этого числа прибавить четверть его, то получится 18. Какое число я задумал?

6. В каком случае сумма двух чисел меньше их разности?

7. От куска материи в 20 метров портной отрезает каждый день по 2 метра. На какой день он отрежет последний кусок?

8. Из Москвы во Владивосток вылетел самолет «ТУ-104». Его скорость — 800 км/час. Одновременно из Владивостока в Москву вылетел другой самолет. Его скорость 650 км/час. Какой из самолетов в момент их встречи был ближе к Москве?

9. Какие числа при перевертывании увеличиваются в полтора раза?

10. Какие числа не изменяются, если их читать перевернутыми?

11. Мальчик купил в магазине 6 перьев, несколько тетрадей по 30 коп. и 3 карандаша. Продавец выписал чек на 2 руб. 20 коп.— Вы ошиблись,— сказал ему мальчик, как только взглянул на чек.

Продавец удивился, как мальчик, не подсчитав денег, заметил ошибку. Проверка показала, что мальчик был прав. Как он догадался?

12. В какую букву и какое число надо вписать, чтобы число увеличилось на единицу? (Два решения.)

13. Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека «никто никого не



ел». Человек все-таки перевез свой груз через реку. Как он это сделал?

14. Груша дороже яблока в 2 раза. Что дороже: 8 яблок или 4 груши?

15. На какое наибольшее целое число делится без остатка любое целое число?

16. На какое наименьшее целое число делится без остатка любое целое число?

17. Летела стая гусей: один гусь впереди, а два позади, один позади, а два впереди; один между двумя и три в ряд.

Сколько было всех гусей?

18. В двух карманах имеется поровну денег. Из левого кармана в правый переложили один рубль. На сколько рублей в правом кармане стало больше, чем в левом?

19. В каком случае произведение двух чисел равно множимому?

20. Скорость течения реки  $2 \text{ км/час}$ . Пароход идет против течения реки. На сколько километров в час его скорость по течению будет больше скорости против течения?

21. Если бы мальчик купил 3 тетради, то у него осталось бы 6 копеек, а если 4, то ему не хватило бы 5 копеек. Сколько денег было у мальчика?

## ВИКТОРИНА

(для учащихся старших классов)

1. Что дороже, килограмм гривенников или полкилограмма двухгривенных?

2. За книгу заплатили рубль и еще половину стоимости книги. Сколько стоит книга?

3. Из одной точки вылетели три ласточки. Когда они будут в одной плоскости?

4. Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек: расстояние между ступеньками  $30 \text{ см}$ . Самая нижняя ступенька касается воды. Океан очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на  $15 \text{ см}$ . Через сколько времени покроется водой третья ступенька веревочной лестницы?

5. Какой город состоит из 101 имени?

6. Как написать число 100 пятью единицами?

7. Червяк ползет по стволу липы, ночью он поднимается на 4 м вверх, а днем спускается на 2 м вниз. На восьмую ночь червяк достиг вершины дерева. Как высока липа?

8. Сколько получится, если полтину разделить наполовину?

9. Сколько граней у неочиненного граненого карандаша?

10. 5 землекопов за 5 часов работы выкапывают ров длиной 5 метров. Сколько потребуется землекопов, чтобы вырыть такой же глубины ров длиной 100 метров за 100 часов?

11. Какое число обращается в бесконечность без всяких математических действий?

12. Сколько раз минутная стрелка обгоняет часовую за сутки?

13. Может ли число диагоналей многоугольника равняться числу его сторон?

14. Чему равно произведение логарифмов всех последовательных натуральных чисел?

15. Является ли число 8 точным квадратом?

16. В доме 10 этажей одинаковой высоты. Во сколько раз лестница на десятый этаж длиннее, чем на второй?

17. Если дома на улице пронумерованы от 1 до 50, то сколько раз встречается цифра 4?

18. Как разделить 18 на две половины, чтобы в каждой половине получилось по 10?

19. Поезда отправляются из города *A* в город *B* через каждую минуту, а также в каждую минуту отправляются поезда из города *B* в город *A*. Поезда находятся в пути по 1 часу. Поезд отправляется в 8 часов утра из города *A*. Сколько поездов, идущих из города *B*, он встретил в пути?

20. Кому принадлежит восклицание: «*A* все-таки она вернется»?

21. Даны два целых числа. Второе из них составлено из тех же цифр, что и первое, но расположенных в обратном порядке. Показать, что разности подобных чисел всегда кратны 9.

22. Сколько нулями оканчивается произведение всех целых чисел от 1 до 100 включительно?

23. Какое число? Задумано число. Разделите его на 2 и прибавьте к частному 3. Если вы умножите задуманное число на 2, а из произведения вычтете 3, результат будет тот же. Какое число задумано?

24. Колхозница принесла на базар кочаны капусты и продала их трем покупателям. Первая взяла половину всех кочанов и еще полкочана, вторая купила половину оставшихся кочанов и еще полкочана. Третья покупательница взяла последний кочан. Сколько кочанов капусты вынесла на базар колхозница?

25. Однажды пришли к садовнику ребята и спрашивают: «Дедушка, сколько в твоём саду деревьев?»

Улыбнулся садовник и ответил: «Половина всех моих деревьев — яблони, четвертая часть — сливы, седьмая часть — груши и, кроме того, есть еще 3 тополя».

Стали ребята считать, сколько же у садовника в саду всех деревьев, да так и не сосчитали. Может быть, вы считаете?

26. Найти сумму десяти слагаемых вида:

$$\frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20},$$

не прибегая к приведению данных дробей к общему знаменателю.

27. К счетчику скота приходит пастух с 70 быками. «Сколько скота приводишь ты из своего многочисленного стада?» — спрашивает пастуха счетчик. Пастух отвечает ему на это: «Я привожу тебе две трети от трети скота: определи его мне, сочти его мне».

28. Ослица и мул шли вместе, нагруженные мешками равного веса. Ослица жаловалась на тяжесть ноши. «Чего ты жалуешься, — сказал мул, — если ты дашь мне один твой мешок, моя ноша станет вдвое больше твоей, а если я тебе дам один свой мешок, наши грузы только сравняются». Сколько было мешков у каждого?

29. Путник в первый день проходит две единицы пути, а в каждый следующий день — тремя единицами более. Второй путник проходит в первый день три единицы пути, а в каждый следующий — двумя единицами более. Когда первый догонит второго?

30. Разделить число 10 на две части, разность которых есть 5.

31. Найти число, которое, будучи увеличено двумя третями самого себя и единицей, дает 10.

32. Какое число надо прибавить к числам 100 и 164, чтобы обе полученные суммы были квадратами целых чисел?

**33.** Собака гонится за кроликом, находящимся в 150 футах от нее. Она делает прыжок в 9 футов каждый раз, когда кролик делает прыжок на 7 футов. Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

**34.** Число 10 разделить на две такие части, чтобы после умножения первой на 5 и деления полученного произведения на вторую часть получилось  $\frac{10}{3}$ .

**35.** Взвод пехоты подходит к берегу реки, но оказывается, что мост сломан, а брода нет. У берега два мальчика играют в челноке, но таком маленьком, что в нем может переправиться только один взрослый или двое детей. Спрашивается, как с помощью этого челнока может весь взвод переправиться на другой берег?

**36.** В 6 часов стенные часы пробили 6 ударов. По карманным часам заметили, что время, протекшее от первого удара до шестого, равнялось ровно 30 секундам. Сколько времени будет продолжаться бой часов, когда часы бьют 12 раз?

**37. Три мудреца.** Утомившись от споров и летнего зноя, три древнегреческих философа прилегли немного отдохнуть, и уснули. Пока они спали, шутники испачкали углем их лбы. Проснувшись и взглянув друг на друга, все пришли в веселое настроение и начали смеяться, но это никого не тревожило, так как каждому казалось, что двое других смеются друг над другом.

Внезапно один из мудрецов перестал смеяться, так как он сообразил, что его собственный лоб также запачкан. Как он рассуждал?

**38.** Какие слова лишние в следующих математических предложениях:

а) Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ .

б) Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то противолежащий ему острый угол содержит  $30^\circ$ .

**39.** Упростить следующие фразы:

а) Часть секущей, заключенная внутри окружности.

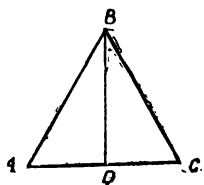
б) Многоугольник с наименьшим числом сторон.

в) Хорда, проходящая через центр окружности.

г) Равнобедренный треугольник, основание которого равно боковой стороне.

д) Две окружности неравных радиусов, имеющие общий центр.





40. В треугольнике  $ABC$   $AB=BC$ ,  $AD=DC$ .

Найдите не менее 5 терминов, характеризующих  $BD$ .

41. Можно ли в сечении куба плоскостью получить правильный многоугольник?

42. Дано два бревна. Первое из них в два раза длиннее второго, но зато диаметр его в два раза короче диаметра второго. Которое бревно тяжелее?

43. Может ли быть так, чтобы в одно и то же время Иван стоял позади Ильи, а Илья позади Ивана?

44. Одного любителя математики спросили, сколько у него детей. Тот ответил: «Число моих детей можно поделить на две части так, что разность этих чисел будет равна разности их квадратов». Сколько у него детей?

45. Число увеличили на 25%. На сколько процентов надо уменьшить полученный результат, чтобы получить первоначальное число?

46. Могут ли числа  $1, \sqrt{2}, 2$  быть членами арифметической прогрессии?

47. Одному мальчику для покупки букваря не хватает 71 копейки, другому — одной копейки. Если они сложатся, чтобы купить один букварь, им тоже не хватит денег. Сколько стоит букварь?

### ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВИКТОРИНА

(«Математика в школе», № 5, 1962)

1. Назовите русского поэта XIX века, автора рукописи «Увеселительная арифметика».

**Ответ:** В. Г. Бенедиктов (1807—1873). Б. А. Кордемский. Очерки о математических задачах на смекалку. Учпедгиз, 1958, стр. 39—40.

2. Какой крупный русский математик XIX века был поэтом?

**Ответ.** В. Я. Буняковский (1804—1889). В. М. Прудников, В. Я. Буняковский. Ученый и педагог. Учпедгиз, 1954.

3. Какой великий русский математик не получил диплома, хотя дважды успешно выдержал выпускные экзамены в университете?

**Ответ.** М. В. Остроградский (1801—1861). Он не согласился слушать лекции богословия. И. Я. Депман. Вопросы истории математики в научно-атеистической работе учителя. «Математика в школе», № 2, 1960, стр. 26.

4. Кто и как впервые открыл математическую теорию музыки?

**Ответ.** Пифагор. Дж. Леббок. Радости жизни. Спб., стр. 176—177.

5. Вы видели картину Н. П. Богданова-Бельского «Устный счет»? Кто изображен на ней учителем? Что вы знаете о нем?

**Ответ.** На картине изображен урок устного решения задач в школе села Татево (бывшая Смоленская губ.), которую основал и в которой преподавал проф. Сергей Александрович Рачинский (1833—1902) в 70-х годах XIX века. И. Я. Депман. Рассказы о решении задач, Л. 1957, стр. 115—116.

✓ 6. На здании какой академии была надпись: «Не знающий геометрии, сюда да не входит»?

**Ответ.** Древнегреческий философ-идеалист Платон (427—347) справедливо считал, что математику должен знать каждый, кто хочет заниматься философией. Рассказывают, что при входе в его академию он сделал упомянутую надпись.

✓ 7. Известно, что С. В. Ковалевская была замечательным писателем-беллетристом. Назовите романы, повести, стихотворения, написанные ею.

**Ответ.** «Воспоминания детства», «Нигилистка», драма «Борьба за счастье» и др.

✓ 8. Какая женщина-математик была дочерью знаменитого английского поэта?

**Ответ.** Дочь знаменитого поэта Байрона, Ада Байрон, в замужестве графиня Ловлес (1815—1852), опубликовала ряд математических работ под инициалом А. L. L. M. Д'Окань. Воспоминания и беседы. Плон, 1928.

✓ 9. В честь какой женщины-математика назван один из распространенных в настоящее время цветов?

**Ответ.** Именем известной вычислительницы француженки Гортензии Лекот (1723—1788) назван цветок гортензия, привезенный ею из Индии. И. Я. Депман. Рассказы о математике. 1954, стр. 133.

✓ 10. Какая кривая названа в честь женщины-математика?

**Ответ.** Кривая линия — «локон Аньези». Название происходит от собственного имени Мария Гаетана Аньези (1718—1799), итальянки. Она занимала кафедру математики в Болонье.

11. Какой знаменитый французский математик участ-

вовал в наполеоновском походе в Россию в 1812 году и был пленен русскими?

**Ответ.** В сражении под Красным (бывш. Смоленская губ.) в 1812 году попал в плен поручик саперного батальона Жан Виктор Понселе (1788—1867). Первую работу, которая легла в основу проективной геометрии, Понселе написал в Саратове. И. Я. Депман. Рассказы о математике. 1954, стр. 41—42.

12. Какой французский математик в 1814 году и в 1870 году защищал Париж во время его осады врагами?

**Ответ.** Мишель Шаль (1793—1880), прозванный «императором геометрии» за свои многочисленные труды в этой области математики. Первый раз он защищал Париж, будучи учеником Политехнической школы, второй раз Шаль (уже в преклонном возрасте) в числе добровольцев защищал Париж во время осады немцами. A. Rebière, *Mathematiques et mathematiciens*, Paris, 1893.

13. За что Ф. Виета (1540—1603) инквизиторы хотели сжечь на костре?

**Ответ.** И. Я. Депман. Вопросы истории математики в научно-атеистической работе учителя. «Математика в школе», № 2, 1960, стр. 24—25.

14. Какой гениальный математик был убит на дуэли?

**Ответ.** Эварист Галуа (1811—1832). Леопольд Инфельд. Эварист Галуа, М., 1958; А. Дальма. Эварист Галуа — революционер и математик. ГИФМЛ, 1960.

15. Какая геометрическая теорема в старину называлась теоремой невесты?

**Ответ.** Теоремой невесты у средневековых математиков Передней и Средней Азии называлось сорок седьмое предложение первой книги «Начал» Евклида, которое в настоящее время называется теоремой Пифагора. Чертеж к теореме несколько напоминает пчелу или крылатого муравья в полете. По-древнегречески  $\text{VI}\text{M}\Phi\eta$  означает «молодая пчелка», «крылатый муравей», что означает также «невеста», «нимфа». «Историко-математические исследования». Вып. VII, 1954, стр. 317 и 438.

16. В чем заключается «русский крестьянский способ» умножения?

**Ответ.** Я. И. Перельман. Занимательная арифметика. 1954, стр. 48—52.

17. Какие числа называются вавилонскими?

**Ответ.** Натуральные числа, удовлетворяющие уравнению  $x^2 + z^2 = 2y^2$ , называются вавилонскими. Например, 1,

5, 7; 7, 13, 17 и др. «Историко-математические исследования», вып. 10, 1957, стр. 587—594.

18. Какое число называют лудольфовым?

**Ответ.** Число  $\pi$ , вычисленное с 34 десятичными знаками. Название происходит от имени голландского математика Лудольфа ван Цейлена (1569—1610), впервые вычислившего  $\pi$  с такой точностью.

19. Кто впервые вычислил  $\pi$  с 17 верными знаками?

**Ответ.** Джемшид ал-Каши.

20. Сколько известно десятичных знаков числа  $\pi$ ?

**Ответ.** В 1958 году английский математик Дж. Э. Фелтон вычислил число  $\pi$  с десятью тысячами десятичных знаков (с помощью счетной машины). «Математика в школе», № 5, 1959, стр. 75.

21. Что такое медиана — известно каждому школьнику. А какие прямые называются медианами?

**Ответ.** Медианами называются прямые, соединяющие вершины треугольника с точками, расположенными на противоположных сторонах и отстоящих от концов этих сторон на  $\frac{1}{n}$  их длины.

22. В каком европейском городе есть улицы Пифагора, Архимеда, Ньютона и Коперника?

**Ответ.** Эти улицы находятся в восточной части Амстердама. Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. Физматгиз, 1959, стр. 127.

23. Какое математическое обозначение было введено благодаря типографской опечатке?

**Ответ.** В 1685 году в Париже было напечатано руководство коммерческой арифметики де ла Порта. В одном месте этой книги наборщик ошибочно принял обозначение сто (сокращенное слово cento от латинского centum — сто) за дробь и напечатал его в виде  $\%$ . После указанной опечатки авторы также стали употреблять знак  $\%$  для обозначения процентов, и с середины XIX века он получил всеобщее признание. И. Тропфке. История элементарной математики в систематическом изложении, т. II, ч. 1, М., 1914, стр. 128—129.

24. Кто открыл формулу бинома Ньютона?

**Ответ.** В сочинении (1427) «Ключ к арифметике» самаркандского математика Каши впервые появляется формула бинома Ньютона для любого натурального показателя. В предисловии Каши указывает, что эта формула была известна и ранее. Поэтому есть основания полагать,

что ее открыл другой самаркандский математик Омар Хайям. А. Хатиков. Выдающийся математик и астроном. Газета «Ленинский путь» от 2 июня 1959 года, Самарканд.

Но свойства биномиальных коэффициентов знали китайские математики XI—XIV веков. Например, полная таблица биномиальных коэффициентов до 8-й степени встречается у китайца Чжу Ши-цзе в 1303 году. В Европе таблица биномиальных коэффициентов получила широкую известность только в XVII веке по работам французского математика и физика Б. Паскаля (1623—1662) («Треугольник Паскаля»). В. Д. Чистяков. Математические вечера в средней школе. Учпедгиз, 1958, стр. 61.

25. Кто открыл формулу Герона?

**Ответ.** По арабскому преданию (Al — Biruni) формулу  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  открыл Архимед. Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. Физматгиз, М., 1959, стр. 314, 373.

26. Кто впервые дал правило проверки с помощью «девятки»?

**Ответ.** Известное правило с помощью «девятки» впервые, по-видимому, дал Леонардо из Пизы (1202), а затем со всей строгостью — английский математик Валлис (1616—1703). И. Тропфке. История элементарной математики, т. 1, ч. 1, 1914, стр. 42.

27. Кто изобрел десятичные дроби?

**Ответ.** Почти во всех книгах изобретателем десятичных дробей называется фламандский инженер Симон Стевин (1548—1620). Однако десятичные дроби были введены в научную литературу около 175 лет до него самаркандским математиком и астрономом ал-Каши, попытку их введения сделал еще в XIV веке Э. Бонфис из Тараскона (Франция). Но достижения Бонфиса совершенно незначительны в сравнении с детально развитой системой десятичных дробей самаркандского математика. И. Я. Депман. Рассказы о математике, 1954, стр. 29, 108—109.

Из средневековых математиков за несколько лет до Стевина уже Виет (1540—1603) пользуется десятичными дробями почти в современном виде записи. Но книга Виета получила незначительное распространение.

Многие другие математики Европы XV века были близки к открытию десятичных дробей. Здесь необходимо отметить итальянца Pierro Borgi, немца Chr. Rudolf von Jauer. Кеплер славу изобретения десятичных дробей приписывает не Стевину, а Бюрги (1552—1632) — гениально-

му самоучке. И. Тропфке. История элементарной математики, т. 1, ч. 1, стр. 108—109.

**28.** Кем введено в арифметику приведение дробей к наименьшему общему знаменателю?

**Ответ.** Впервые способ приведения дробей к общему знаменателю был предложен итальянским математиком Н. Тарталья в 1556 году. Тарталья сначала находил наименьшее общее кратное двух знаменателей, полученное кратное комбинировал с третьим знаменателем и т. д.

Современная схема сложения обыкновенных дробей впервые встречается у Жерара (1590—1632) в 1629 году. И. Тропфке. История элементарной математики, т. 1, ч. 1, 1914, стр. 104—105.

**29.** Когда и где впервые были введены отрицательные числа?

**Ответ.** Отрицательные числа были впервые введены, по-видимому, в Китае. Они используются в восьмой книге древнекитайского трактата «Математика в девяти книгах», принявшего тот вид в 263 году, но составленного значительно ранее. В этой книге трактата приводится применение правила «фан — чен» — своеобразный алгоритм для решения системы линейных уравнений. Применение этого правила требует вычитания больших чисел из меньших и из «ничего». Там же отрицательные числа встречаются в качестве отрицательных коэффициентов при неизвестных. В этих книгах отрицательные числа рассматриваются как долг, нехватка.

Несколько позднее отрицательные числа встречаются в Индии у Брамагупты (род. в 598 г.). «Историко-математические исследования». Вып. XI, 1958, стр. 593—594.

**30.** Кто изобрел счетную логарифмическую линейку?

**Ответ.** В начале XVII века Гантер построил логарифмические шкалы (gunter's Scale), использование которых для вычисления требовало применения циркуля. В 1630 году Оутред (William Oughtred) соединил две логарифмические шкалы, что сделало циркуль излишним. В 1657 году Партридж ввел в употребление движок. В XIX веке на линейке стали помещать две логарифмические шкалы разного масштаба. Около 1850 года Мангейм ввел ползунок (бегунок). РЖМ, 1954, 2, реферат 2461.

**31.** Кто открыл теорему о сумме углов треугольника?

**Ответ.** В литературе указывают Пифагора. **В. Д. Чистяков.** Математические вечера в средней школе. Учпедгиз, 1958, стр. 102—103. В. Бляшке указывает Фалеса.

**В. Бляшке.** Греческая и наглядная геометрия. «Математическое просвещение», № 2, 1957, стр. 112.

О сумме углов многоугольника впервые говорил Прокл (410—485). Формулу, выражающую сумму углов выпуклого многоугольника в зависимости от числа сторон, дал впервые немецкий математик Региомонтан (1436—1476). Евклид. «Начала». Книги I—VV, ГТТИ, 1950, стр. 285.

**32.** Кто впервые открыл теорему о секущей и касательной?

**Ответ.** Архип Таренский (430—365 гг. до н. э.). В. Бляшке. Греческая и наглядная геометрия. «Математическое просвещение», № 3, 1958, стр. 117.

**33.** Кто открыл теорему о трех перпендикулярах?

**Ответ.** Луи Бертран (1731—1812). Евклид. «Начала». Книги XI—XV, ГТТИ, 1950, стр. 182.

**34.** Когда впервые появились «Начала» Евклида в русском переводе?

**Ответ.** В 1739 году под заглавием «Евклидовы элементы восемь книг через профессора математики Андрея Фарварсона сокращенные. С латинского на российский язык хирургусом Иваном Сатаровым преложенные».

Правда, еще в 1625 году была переведена книга по геометрии с английской рукописи, по-видимому, представляющей переделку «Начал». И. Я. Депман. Рассказы о математике. 1954, стр. 47.

**35.** Кем была открыта синусоида?

**Ответ.** Синусоида была открыта французским математиком Ж. Робервалем (1602—1675) в 1634 году в связи с изучением им циклоиды. Настоящая фамилия Роберваля — Персонн. Роберваль же название деревни, в которой он родился. И. Ньютон. Всеобщая арифметика, изд. АН СССР, 1948, стр. 436.

**36.** Кто открыл теорему косинусов?

**Ответ.** Теорема косинусов для плоского треугольника была открыта хорезмским математиком ал-Бируни (973—1048), а в Европе — Виетом (1540—1603), теорема синусов была найдена индийским математиком Брамагуптой (598—660). И. К. Андронов и А. К. Окунев. Основной курс тригонометрии. Учпедгиз, 1960, стр. 309, 310.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ ОЛИМПИАДЫ

1. Доказать, что если произведение двух чисел есть число нечетное, то сумма этих чисел всегда будет четным числом.

2. Дано:  $\frac{m^2(m+n^2)(m^3-n^6)(m^2-n)}{m^3+n^2}$ , где  $m=4$ ,  $n=16$ .

Найти быстро результат.

3. Поезд идет  $1/4$  минуты мимо телеграфного столба и за 50 секунд проходит мост длиной 0,7 км. Вычислить среднюю скорость и длину поезда.

4. При делении данного числа на 225 в остатке получилось 150. Разделится ли данное число нацело на 75 и почему?

5. Найти быстро, что больше  $A$  или  $B$ :

$$A=4+\frac{5}{8}+\frac{6}{8^2}+\frac{3}{8^2}+\frac{7}{8^4}$$

$$B=4+\frac{5}{8}+\frac{5}{8^2}+\frac{7}{8^3}+\frac{6}{8^4}.$$

6. Представить дробь  $7/8$  в виде суммы дробей с числителем, равным единице.

7. Разделить 7 булок на 12 человек поровну, не разрезая ни одной булки на 12 равных частей.

8. Разность стоимости двух кусков ткани одинаковой длины 126 руб. 4 метра первого куска стоят на 13,5 руб. дороже, чем 3 метра второго. 3 метра первого и 4 метра второго стоят вместе 38,25 руб. Найти длину кусков и цену 1 метра ткани каждого куска.

9. Доказать, что  $43^{43}-17^{17}$  делится на 10.

10. Сколько существует целых положительных чисел, меньших 1000, которые не делятся ни на 3, ни на 5?

11. Разложить на множители:  $(a-x)y^3-(a-y)x^3+(x-y)a^3$ .

12. Разложить на множители:  $x^3+5x^2+3x-9$ .

13. Найти трехзначное число, равное кубу суммы его цифр.

14. Как, имея лишь два сосуда вместимостью 5 литров и 7 литров, налить из водопровода 6 литров?

15. Найти двузначное число, обладающее свойством, что куб суммы его цифр равен квадрату самого числа.

16. Для каких  $x$  верно равенство  $|2x-5|=2x-5$ .



17. Одно число больше другого на 6. Найти эти числа, если  $\frac{2}{5}$  одного числа равны  $\frac{2}{3}$  другого числа.

18. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=xy+1 \\ 3x+5y=13 \end{cases}$$

19. Решить уравнение:  $x(x-1)(x-2)(x-3)=24$ .

20. Доказать, что  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=4$

21. Какому условию должны удовлетворять числа  $x$  и  $y$ , чтобы выражение  $x^5+y^5-x^4y-xy^4$  было не отрицательным?

22. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 составить два таких трехзначных числа, чтобы их произведение было наибольшим (каждую цифру использовать только один раз).

23. Доказать, что если  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$  не делится на  $n+1$ , то  $n+1$  простое число ( $n>3$ ).

24. Доказать, что  $p^2-1$  ( $p$  — простое число больше 3) делится на 24.

25. Доказать, что  $\frac{n}{12} + \frac{n^2}{8} + \frac{n^3}{24}$  является целым числом при любом четном  $n$ .

26. Доказать, что если  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$ , то  $(a+b+c)^3=27abc$ .

27. Доказать, что если  $a, b, c$  составляют геометрическую прогрессию, то  $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$ .

28. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3+8y^3=4y(x+y) \\ 6y(x+2y)=x. \end{cases}$$

29. Построить треугольник по основанию  $b$ , высоте  $h_b$  и медиане, проведенной к боковой стороне.

30. Построить треугольник по основанию  $a$ , медиане  $m_a$  и высоте  $h_a$ .

31. Построить треугольник  $ABC$  по стороне  $AB$  углу  $A$ , если известно, что точка  $K$  — основание высоты  $BK$  — удалена от вершины  $C$  на расстояние вдвое меньшее, чем вершина  $A$ .

32. Доказать, что в параллелограмме сумма двух неравных высот меньше его периметра.

33. Разрезать прямоугольник с измерениями 4 и 9 на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

34. Доказать, что в любом четырехугольнике отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, в точке пересечения делятся пополам.

35. Дан четырехугольник.  $A_1B_1C_1D_1$  — последовательные середины его сторон.  $P$  и  $Q$  — середины диагоналей.

Доказать, что  $\triangle PBC = \triangle QAD$ .

36. Построить треугольник по стороне, высоте, опущенной на эту сторону, и углу, составленному этой стороной с высотой, опущенной на другую сторону.

37. Построить треугольник по стороне, противолежащему углу и углу, составленному этой стороной, с высотой, проведенной на другую сторону.

38. Через вершину  $A$  параллелограмма  $ABCD$  проведена произвольная прямая, которая пересекает диагональ  $BD$  и прямые  $BC$  и  $CD$  соответственно в точках  $M$ ,  $N$ ,  $P$ . Доказать, что  $AM^2 = MN \cdot MP$ .

39. Доказать, что, если сумма углов при основании трапеции равна  $90^\circ$ , то отрезок, соединяющий середины оснований, равен полуразности оснований.

40. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и медиане одного из катетов.

41. Провести окружность данного радиуса, касающуюся данной окружности и данной прямой. Сколько решений имеет задача?

42. Дан угол  $A$  и точка  $B$  на одной из сторон. Найти на другой стороне такую точку  $C$ , чтобы сумма  $CA + CB$  была равна данному отрезку.

43. Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $K$  и на отрезке  $AK$ , как на стороне, построен квадрат  $AKLM$ , у которого сторона  $LK$  пересекает сторону  $AD$ .

Доказать, что отрезки  $BK$  и  $DM$  равны.

44. Построить четырехугольник  $ABCD$  по длинам его сторон, если известно, что диагональ  $AC$  делит угол  $DAВ$  пополам.

45. Доказать, что не существует на плоскости четырех таких точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , что все треугольники  $ABC$ ,  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $DAВ$  — остроугольные.

46. На радиусе  $OA$  некоторой окружности, как на диаметре, построена окружность. Прямая, проходящая через центр первой окружности, пересекает обе окружности в точках  $B$  и  $C$ . Доказать, что дуги  $AB$  и  $AC$  имеют одинаковую длину.

47. Доказать, что вписанная в прямоугольный треугольник окружность делит гипотенузу на отрезки, произведение которых равно площади этого треугольника.

48. Около правильного треугольника описана окружность. Доказать, что сумма расстояний от произвольной ее точки до двух ближайших вершин треугольника равна расстоянию до третьей вершины.

49. Даны два круга радиусом  $R$  и  $r$ , внешне касающихся друг друга. Определить радиус круга, касательного к ним и к их общей касательной.

50. Дана равнобокая трапеция с боковой стороной 5 см и основаниями 1 см и 7 см. Найти площадь круга, описанного около этой трапеции.

51. В круг вписаны трапеция, основанием которой служит диаметр, и треугольник, стороны которого параллельны сторонам трапеции. Доказать, что треугольник и трапеция равновелики.

52. Доказать, что во всяком треугольнике имеет место равенство:

$$\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} = \frac{a^2 - b^2}{c^2}.$$

## ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРИГЛАСИТЕЛЬНЫХ БИЛЕТОВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КАССЫ

### Кот и мыши

Кот Мурлыка сладко спит и во сне видит себя окруженным тринадцатью мышами. Двенадцать мышей серых, а одна — белая. И слышит кот, как его хозяйка говорит: «Мурлыка, ты должен съесть каждую тринадцатую мышку, считая их по кругу все время в одном направлении, с таким расчетом, чтобы последней была съедена белая мышь».

Но с какой мышки начать, чтобы правильно решить задачу? Помогите Мурлыке?



Оцените «на взгляд».

1	2	3	4	5	6	7	8	9		1
1	2	3	4	5	6	7	8			2 1
1	2	3	4	5	6	7				3 2 1
1	2	3	4	5	6					4 3 2 1
1	2	3	4	5						5 4 3 2 1
1	2	3	4							6 5 4 3 2 1
1	2	3								7 6 5 4 3 2 1
1	2									8 7 6 5 4 3 2 1
1										9 8 7 6 5 4 3 2 1

Какой столбец при сложении даст больший результат? Сначала сравните эти суммы «на взгляд».

1. Найти два числа, если сумма их 36 и 25% одного из них равны 35%<sup>1</sup> другого.

2. Найти несократимую дробь, которая при прибавлении знаменателя к числителю увеличивается в 4 раза.

3. На товар два раза снижена цена, каждый раз на 15%<sup>1</sup>. На другой товар, бывший до снижения в одной цене с первым, снизили цену один раз на 30%. Какой из этих товаров после снижения стал дешевле?

4. Чтобы огородить школьный участок, было заготовлено некоторое число кольев. Если расстояние между двумя кольями сделать равным 5 м, то не хватит 7 кольев; если же расстояние между соседними кольями сделать равным 6 м, то заготовленных кольев будет достаточно. Каков периметр участка?

5. В пакете имеются конфеты. Если разделить их ребятам по 5 конфет каждому, то двоим не хватит, если раздать по 4 конфеты, то в пакете останется 17 конфет. Сколько конфет в пакете?

6. Матери 40 лет, дочери 16. Сколько лет назад мать была в 3 раза старше дочери?

7. Отцу 45 лет, сыну 15 лет. Сколько лет назад отец был в 11 раз старше сына.

8. У любителя головоломок спросили, сколько ему лет. Ответ был замысловатый: «Возьмите трижды мои годы через три года, да отнимите трижды мои годы 3 года назад,— у вас как раз получатся мои годы». Сколько ему лет?

9. Брат говорит сестре: «Если я к твоим деньгам добавлю половину моих, мы сможем купить две плитки шоколаду».

«Ну, а если я к твоим деньгам прибавлю половину монх?» — спросила сестра.

«Тогда у нас будет денег только на одну плитку», — ответил брат. Сколько денег было у брата?

10. Отец, когда его спросили о возрасте сына, ответил: «Если его теперешний удвоенный возраст уменьшить на утроенный возраст, который он имел 6 лет назад, то получится его возраст в настоящее время». Сколько лет сыну?

11. Ученик собрал в коробку пауков и жуков. Всего в коробке было 8 пленников, но ног у них оказалось 54. Сколько в коробке пауков и жуков, если у жука 3 пары ног, а у паука 4 пары.

12. На трех деревьях уселись 36 галок. Когда с первого дерева перелетели на второе 6 галок, а со второго на третье перелетели 4 галки, то на всех трех деревьях галок оказалось поровну. Сколько галок сидело первоначально на каждом дереве?

13. Требуется найти число, которое, будучи умножено само на себя, сложено с двумя, затем удвоено, вновь сложено с тремя, разделено на 5, наконец, умножено на 10, в результате дает 50.

14. У мальчика спросили: «Сколько весит пойманная тобой рыба?». Он ответил: «Три четверти килограмма и еще три четверти своего веса». Сколько весит рыба?

15. Пассажир проехал половину пути и уснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось проехать еще столько, сколько составляет половину того пути, что он проехал спящим. Сколько он проехал спящим?

16. Найти число, одна треть и одна четверть которого составляет 21.

17. В трех ящиках было поровну яблок. Когда из каждого ящика взяли по 8 яблок, то во всех ящиках вместе осталось столько яблок, сколько первоначально было в каждом ящике. Сколько всего было яблок?

18. Составить из 10 цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) два числа так, чтобы каждая из цифр была использована только один раз, и притом, чтобы эти числа были соответственно квадратом и кубом одного и того же числа.

19. Делится ли 81-значное число, составленное из одних единиц, на 81?

20. Шестизначное число начинается с единицы. Если ее перенести в конец числа, оно увеличится в три раза. Найдите это число.

21. Если для произвольного трехзначного числа составить число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, и из большего вычесть меньшее число, то разность разделится на 99. Доказать.

22. Разделить 100 на 4 неодинаковые части, помня, что если от первого числа отнять 4, ко второму прибавить 4, третье умножить на 4, а четвертое разделить на 4, то получится четыре равных числа.

23. Четыре числа дают в сумме 396. Если к первому числу прибавить 5, от второго отнять 5, а третье число умножить на 5, четвертое разделить на 5, то полученные числа будут равны между собой. Найти эти числа.

24. Найти два трехзначных числа, сумма которых, увеличенная на 1, составит 1000, когда известно, что если к каждому из этих чисел приписать к правой стороне цифры другого, не меняя их порядка, то из образовавшихся таким образом двух шестизначных чисел одно будет в 6 раз больше другого.

25. Петя получил  $\frac{1}{3}$  часть всех яблок и еще два яблока. Сережа  $\frac{1}{4}$  часть всех яблок и одно яблоко, а Коля половину оставшихся яблок. В результате осталась  $\frac{1}{6}$  часть первоначального количества яблок. Сколько яблок получил каждый из детей?

26. Мальчик, достав 5 отрезков цепи, по 3 звена в каждом, захотел из них сделать одну цепь — из 15 звеньев. Но кузнец запросил по 15 коп. за то, чтобы открыть и закрыть одно звено. У мальчика было всего 50 копеек, и все же он получил нужную ему цепь. Как он это сделал?

27. Возраст пенсионера равен сумме возрастов его сына и внука или произведению возрастов другого внука и правнука. Сколько лет каждому из них, если все возрасты — полные квадраты?

28. Три сосуда вместе имеют вместимость, равную 112 литрам. Если первый сосуд наполнить водой и затем перелить ее в два другие сосуда, то либо второй сосуд наполнится доверху, а третий до  $\frac{2}{5}$  своей вместимости; либо третий наполнится доверху, а второй до  $\frac{1}{3}$  своей вместимости. Найти вместимость каждого сосуда.

29. За границу выехала группа туристов из 100 человек. 10 из них не знали ни французского, ни немецкого языка.

75 человек знали немецкий язык, а 83 — французский. Сколько туристов владело обоими языками?

30. Найдите четырехзначное число  $ABCD$ , если известно, что оно точный квадрат и что  $C=0$ , а  $A=B+D$ .

31. Деда спросили, сколько лет его внуку. Дед ответил, что мальчик прожил столько будних дней, сколько его мать прожила воскресений, столько суток, сколько отец прожил недель, столько месяцев, сколько его бабушка прожила лет. Всем им без мальчика и деда 100 лет. Сколько лет мальчику?

32. Найдите три четырехзначных числа, каждое из которых равно квадрату суммы чисел, составленных из двух первых и двух последних цифр искомого числа.

33. Каким преобразованием  $(a^2+b^2)(c^2+d^2)$  обращается в  $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$ ?

34. Доказать, что выражение  $2a^2+2b^2$  можно представить в виде суммы двух квадратов:  $(a+b)^2+(a-b)^2$ .

35. Доказать, что  $(2a+1)^2-1$  делится нацело на 8 при  $a$  целом.

36. Объяснить, почему выражение  $\frac{x(x-3)}{2}$  представляет целое число, если  $x$  целое.

37. Вычислить:  $\frac{2^{19}27^3+15\cdot4^9\cdot9^4}{6^9\cdot2^{10}+12^{10}}$ .

38. Доказать, что сумма двух последовательных степеней числа 2 делится нацело на 6.

39. Доказать, что произведение четырех последовательных чисел, увеличенное на 1, всегда есть полный квадрат.

40. Есть два ведра емкостью 7 и 9 литров. Как с их помощью принести из речки ровно 6 литров воды.

41. Саше и Леночке куплены пальто, ботинки и шапочки. За все уплачено 75 рублей; причем каждая вещь для Саши стоит в полтора раза дороже такой же вещи для Леночки. Сколько стоит каждая вещь, если Сашино пальто стоит в десять раз дороже его шапочки и в три раза дороже, чем Леночкины ботинки и шапочка вместе?

42. Одна покупательница купила в магазине половину всех яиц и еще пол-яйца; вторая — половину оставшихся и тоже еще пол-яйца; третья — половину оставшихся и еще пол-яйца; то же самое сделали четвертая, пятая и шестая покупательницы. Под конец в ящике осталось только одно яйцо. Сколько было яиц?

43. Старший брат идет от дома до школы 30 минут, а младший — 40. Через сколько минут старший брат догонит младшего, если тот вышел на 5 минут раньше?

44. 39 рабочих распределены на несколько производственных бригад с равным количеством рабочих и на четыре вспомогательные бригады с таким числом рабочих в каждой, сколько создано производственных бригад. Сколько рабочих в каждой производственной и вспомогательной бригаде?

45. Математик, проживающий в гостинице, обратил внимание на то, что двузначное число, написанное на двери занимаемого им номера, есть разность квадратов двух чисел, причем меньшее из этих чисел равно цифре десятков номера, которая вдвое больше числа единиц. В каком номере жил математик?

46. В зале было около 100 стульев, но участники слета все прибывали и прибывали. Пришлось удвоить количество стульев и тогда  $\frac{1}{12}$  часть мест осталась не занятой. Сколько пионеров прибыло на слет?

47. Найти двузначное число, равное утроенному произведению своих цифр.

48. Сумма двух чисел 13, 5927, если в большем числе переставить запятую влево на одну цифру, то получится меньшее число.

Найти эти числа.

49. Даны три разные цифры. Сумма всех трехзначных чисел, какие только можно составить, комбинируя эти три цифры, равна 2886. Если расположить данные цифры по убыванию и из полученного числа вычесть число, составленное из этих же цифр, написанных в обратном порядке, то разность составляет 495.

Найдите эти три цифры, если известно, что среди них нет нуля.

50. Одному из нескольких мальчиков разного возраста 10 лет, что составляет и впредь будет составлять одну пятую возрастов всех мальчиков (включая и его). Сколько лет сейчас каждому мальчику, если старшему из них 13 лет и возрасты всех мальчиков, кроме десятилетнего, размещены в возрастающем порядке, составляют арифметическую прогрессию.

51. Самолет из Москвы в Ленинград летел со скоростью 600 км/час, а обратно по той же трассе — со скоростью 400 км/час.



Найти среднюю скорость самолета.

52. В учреждении стоит 14 канцелярских столов с одним, двумя, тремя и четырьмя ящиками. Всего в столах 33 ящика. Сколько столов с одним ящиком, если известно, что их столько же, сколько с двумя и тремя ящиками вместе?

53. Доказать, что квадрат целого числа не может оканчиваться двумя пятерками.

54. Из полного бака, содержащего 729 литров кислоты, отлили  $A$  литров и долили бак водой. После полного перемешивания (до получения однородного раствора) из бака опять отлили  $A$  литров раствора, снова долили бак водой и тщательно перемешали. После того, как такая операция была повторена шесть раз, раствор в баке содержал 64 литра кислоты. Определить величину  $A$ .

55. Автобус однодневного дома отдыха обычно прибывал на станцию к пятичасовому поезду. Но однажды группа отдыхающих приехала на станцию на час раньше, и решив не ждать автобуса, отправились в дом отдыха пешком. По дороге они встретили автобус, сели в него и приехали в дом отдыха на 15 минут раньше обычного. Скорость автобуса равна 30 километрам в час. С какой скоростью шли отдыхающие до встречи с автобусом?

56. Доказать, что сумма двузначного числа и числа, написанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 11.

57. Делимое уменьшено на число, которое в 7 раз более делителя. На сколько уменьшено частное?

58. Даны два числа 280 и 40. Сколько раз нужно вычитать из первого по восемь и в то же время ко второму прибавить по восемь для того, чтобы разность полученных новых чисел была равна нулю?

59. Если вороны сядут по одной на березу — не хватит одной березы; если сядут по две — одна береза останется. Сколько берез и сколько ворон?

60. Отец старше сына на 25 лет. Возраст отца относится к возрасту сына как  $\frac{3}{2} : \frac{2}{3}$ . Сколько лет отцу и сколько лет сыну?

61. У одного мальчика 90, а у другого 10 орехов. Сколько раз дали каждому из них по пять орехов, если у первого оказалось лишь в три раза больше орехов, чем у второго?

62. У двух братьев было по 900 рублей. Старший тратил в месяц 57 рублей, а младший — 21 рубль. Через сколько месяцев у первого останется втрое меньше, чем у второго.

63. Мимо железнодорожной станции за известный промежуток времени прошли три поезда. В первом поезде было 418 пассажиров, во втором — 494, в третьем — 456. Узнать, сколько пассажирских вагонов в каждом поезде, если известно, что в каждом вагоне по одинаковому числу пассажиров и число их наибольшее из всех возможных.

64. Один рабочий может выполнить некоторую работу в  $m$  часов, а другой рабочий ту же работу может выполнить в  $n$  часов. За сколько часов выполнят эту работу оба рабочих, работая вместе?

65. От школы до дома 1 км 200 м. Ученик прошел 900 м. Какую часть пути он прошел?

66. Поезд прошел  $\frac{4}{15}$  всего расстояния между городами и ему осталось пройти еще на 28 км больше, чем он прошел. Каково расстояние между городами?

67. При размоле зерна от его веса получили  $\frac{4}{5}$  муки. Сколько надо размолоть зерна, чтобы получить 2 т муки?

68. Из бака, наполненного доверху водой, выпили сначала 60% всей воды, а затем еще 25% остатка. Сколько процентов всей наполнявшей бак воды осталось в нем?

69. На сколько квадрат суммы двух чисел превышает квадрат их разности?

70. Ученик при решении задачи должен был разделить одно число на 2 и к полученному частному прибавить 3. Вместо этого ученик по ошибке умножил это число на 2 и от полученного произведения отнял 3. Несмотря на ошибочные действия, он получил верный ответ. Какое число надо было разделить на два?

71. В рабочей семье отец, мать и сын вместе заработали 415 руб. Отец заработал больше сына на 49 руб., а мать меньше сына на девять руб. Сколько денег заработали отдельно отец, мать и сын?

72. Сумма трех чисел 1107. Третье число больше второго на 150 и меньше первого на 186. Найти эти числа.

73. Пионеры посадили на пришкольном участке 24 дубка и, кроме того, липы, яблони и груши. Число лип составило  $\frac{3}{4}$  числа дубков, число яблонь  $\frac{20}{21}$  общего числа

дубков и лип вместе, а число груш  $\frac{5}{8}$  числа яблонь. Сколько всего разных деревьев посадили пионеры на пришкольном участке?

74. На уборке улицы работают две машины. Одна из них может убрать всю улицу за 40 минут, другой для выполнения той же работы надо 75% этого времени. Уборку начали обе машины одновременно и работали вместе четверть часа. Затем вторая машина прекратила работу. Сколько потребуется времени одной первой машине, чтобы закончить уборку улицы?

75. Некто на вопрос о возрасте двух его сыновей отвечал: «Первый мой сын втрое старше второго, а обоим им вместе столько лет, сколько было мне 29 лет тому назад, мне теперь 45 лет». Найти лета обоих сыновей.

76. Четыре одинаковых насоса могут выкачать всю воду из водоема за 2 часа 18 минут. Сколько надо добавить таких же насосов, чтобы можно было всю воду выкачать за 1 час 32 минуты?

77. Доказать, что разность между кубами двух последовательных нечетных чисел выражается формулой  $2(12n^2 + 1)$ , где  $n$  — целое число.

78. Модель гранитной статуи сделана из дерева и весит 1,98 кг. Вес 1 куб. см дерева 0,66 г, гранита — 2,8 г. Определить вес статуи, если модель сделана в линейном масштабе  $\frac{1}{8}$ .

79. Расстояние от Казани до Астрахани пароход проходил за 4 суток и 8 часов, обратный же путь за 6 суток и 12 часов. За сколько времени проходят по Волге то же расстояние плоты?

80. Америка открыта в XV веке Христофором Колумбом. В каком году она открыта, если сумма цифр этого года равна 16, а частное от деления цифры десятков на цифру единиц равно 4 и остаток равен 1.

81. В четном трехзначном числе, являющемся точным квадратом, средняя цифра равна сумме крайних. Найти это число.

82. Составьте последовательно все числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, используя цифру 7 четыре раза, причем можно пользоваться знаками арифметических действий.

83. Найти три последовательных нечетных числа, сумма квадратов которых выражается четырехзначным числом, состоящим из одинаковых цифр.

84. Сплавлены два слитка золота: один 900-й пробы весом 320 г и другой 540-й пробы весом 160 г. Определить пробу сплава.

85. Двум братьям требовалось быть на железнодорожной станции в 4 км от дома. Чтобы успеть к отходу поезда, нужно было ехать на велосипедах, но у старшего брата велосипед оказался неисправным. Если идти пешком, то опоздаешь на 10 мин. Однако они оба одновременно и за 10 мин. до отхода поезда попали на станцию. Определить, как должны были поступить они, если ходьба пешком втрое медленнее, чем езда на велосипеде, и если ехать на велосипеде вдвоем нельзя.

86. Инженер из окна трамвая увидел своего знакомого, шедшего вдоль линии навстречу трамваю. Через 10 секунд инженер вышел из трамвая и пошел догонять знакомого. Через сколько времени он его догонит, если инженер идет в 5 раз медленнее трамвая и вдвое быстрее своего знакомого?

87. Из восьми совершенно одинаковых колец — 7 золотых, одно кольцо, не золотое, несколько легче остальных. Найти при помощи не более чем двух взвешиваний на чашечных весах не золотое кольцо.

88. В книге 1645 страниц. Сколько раз пришлось наборщику вынимать из ящика цифровые знаки, чтобы пронумеровать все страницы?

89. Найти двузначное число, квадрат которого равен кубу суммы его цифр.

90. Трем братьям вместе 58 лет. Сколько лет каждому, если  $\frac{3}{4}$  лет младшего равны  $\frac{2}{3}$  лет среднего и  $\frac{1}{2}$  лет старшего?

91. Боря и Петя ходили в лес за грибами. Если бы Боря не проглядел трех хороших подосиновиков, которые подобрал его товарищ, то у него в котелке было бы втрое больше грибов, чем собрал Петя. Но если бы Боря нашел на два гриба меньше, а Петя на столько же больше, то оказалось бы, что у Бори грибов вдвое больше, чем у Пети. Сколько грибов собрал каждый мальчик?

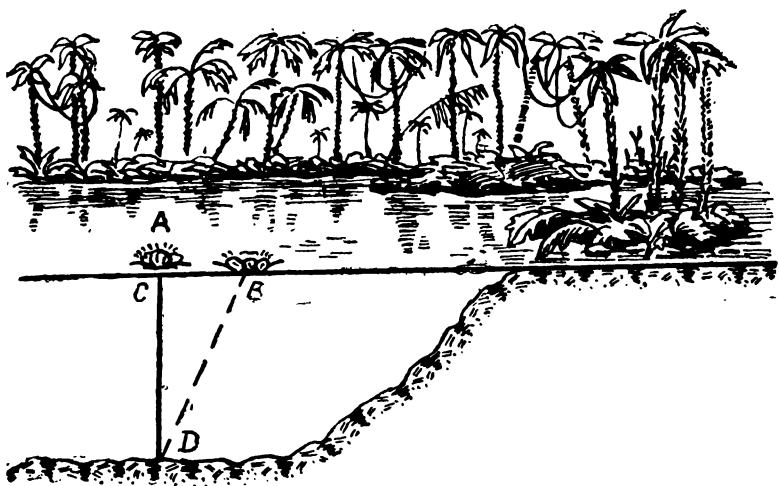
92. Пчелы, в числе, равном квадратному корню из половины всего их роя, сели на куст жасмина, оставив позади себя  $\frac{8}{9}$  роя. И только одна пчелка из того же роя кружится возле лотоса, привлеченная жужжанием подру-

ги, неосторожно попавшей в западню сладко пахнущего цветка. Сколько всего пчел в рое?

93. Я задумал число, отнял от него 60, удвоил полученный результат; снова отнял 60 и вновь удвоил полученный результат; наконец, снова отнял 60. В результате у меня получилось число 0. Какое число я задумал?

94. Если от трехзначного числа отнять 7, то оно разделится на 7. Если от него отнять 8, то оно разделится на 8, если же отнять 9, то разделится оно и на 9. Какое это число?

95. Цветок лотоса возвышался над поверхностью пруда на 4 фута; под напором ветра он скрылся под водой на расстоянии 16 футов от того места, где он раньше поднимался над водой. Какой глубины был пруд?



96. Начиная сдачу хлеба государству, правление колхоза решило доставить зерно в город точно к 11 часам утра. Если машины повезут зерно со скоростью 30 км/час, то их колонна прибудет в город в 10 часов утра, а если со скоростью 20 км/час, то в 12 часов дня. Как далеко от колхоза до города и с какой скоростью следует ехать машинам, чтобы прибыть в город в назначенное время?

97. На углах квадратного пруда растут 4 дуба. Как удвоить площадь пруда, чтобы дубы остались на берегу?

## Задачи Бега-эд-Дина

98. Требуется найти число, которое, будучи умножено само на себя, сложено с двумя, затем удвоено, вновь сложено с тремя, разделено на 5, наконец, умножено на 10, в результате дает 50.

99. Разделить число 10 на такие две части, что если к каждой прибавить корень квадратный из нее и полученные суммы перемножить, то получится число 24.

## Задача Бхаскара Акариа

100. Если некоторое число умножить на 5, от произведения отнять его треть, остаток разделить на 10 и прибавить к этому результату последовательно треть, половину и четверть первоначального числа, то получится 68. Как велико число?

101. Мне вдвое больше лет, чем было вам тогда, когда мне было столько лет, сколько вам теперь; когда вам будет столько лет, сколько мне теперь, тогда сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому?

102. Один фонтан наполняет бассейн в 2,5 часа, другой — в  $\frac{3}{4}$  часа. Во сколько времени оба фонтана, действуя вместе, наполнят бассейн?

## Задача Л. Н. Толстого

103. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна половина косцов осталась на первом лугу и к вечеру его докосила, а другая половина косцов перешла косить второй луг площадью вдвое меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец?

104. Увеличится или уменьшится правильная дробь  $\frac{a}{b}$ , если к числителю и знаменателю ее прибавить одно и то же натуральное число?

105. Клей для стекла содержит  $\frac{1}{12}$  часть льняного масла, а канифоль, желтый воск и гуттаперчу — в отношении 15:3:4. Сколько составных частей нужно для получения 1,5 кг клея?

106. Три брата попросили хозяйку приготовить на ужин картофель. Пока хозяйка варила картофель, братья заснули: через час проснулся старший и, увидев на столе картофель, съел свою долю и опять заснул; через некоторое время проснулся второй и, не зная, что старший брат уже ел картофель, тоже съел свою долю и заснул; наконец, проснулся младший и сделал то же, что старшие братья.

Когда старший брат снова проснулся, то разбудил своих братьев и все выяснилось, оставшиеся 24 штуки картофеля поделили между собой средний и младший братья. Сколько штук картофеля подала хозяйка, сколько из оставшихся 24 штук взял средний и сколько взял младший брат?

107. Если из каждого из двух чисел отнять половину меньшего из них, то остаток от большего будет втрое больше остатка от меньшего. Во сколько раз большее число больше меньшего?

108. Если в середину двузначного числа, сумма цифр которого, сложенная с их разностью, равна 10, вставить цифру 5, то оно увеличится в 11 раз. Найти это число.

109. Два трактора различной мощности вместе за 15 часов вспахали  $\frac{1}{6}$  часть поля. Потом первый трактор работал 12 часов, а второй 20 часов, и они вместе вспахали еще  $\frac{1}{5}$  часть поля. Во сколько часов каждый трактор, работая в одиночку, может вспахать все поле?

110. В два сосуда  $A$  и  $B$  одинакового веса налита вода, причем вес сосуда  $A$  с водой составляет  $\frac{4}{5}$  веса сосуда  $B$  с водой. Если содержимое сосуда  $B$  перелить в сосуд  $A$ , то вес последнего вместе с водой превысит вес сосуда  $B$  в 8 раз. Найти вес каждого сосуда и количество воды в каждом из них, зная, что в сосуде  $B$  на 50 г больше воды, нежели в сосуде  $A$ .

111. Один из двух заводов может выполнить некоторый заказ на 4 дня скорее, чем другой. Во сколько времени может каждый из них выполнить этот заказ, если известно, что при совместной работе они выполнили за 24 дня заказ в 5 раз больший.

112. Четырьмя единицами, не употребляя никаких знаков математических действий, написать возможно большее число.

113. Записать число 1 в виде четырех троек.

114. Как написать 100 всеми десятью цифрами?

115. Написать число 100 пятью единицами, пятью тройками, пятью пятерками.

116. Из восьми двоек 21. Какие арифметические знаки нужно поставить между двойками, чтобы получить в итоге 21.

117. Из пяти пятерок 8. Какие арифметические знаки нужно поставить вместо вопросов:  $5? \frac{5?5?5}{5}$ , чтобы получить в итоге 8?

118. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \\ xy^2 - x^2y = 324. \end{cases}$$

119. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} xy(x+y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35. \end{cases}$$

120. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2 + xy = 210 \\ y^2 + xy = 231. \end{cases}$$

121. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2) = 16 \\ (x+y)(x^2+y^2) = 40. \end{cases}$$

122. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x^2y + y^2x = 30. \end{cases}$$

123. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x - y + \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{20}{x+y} \\ x^2 + y^2 = 34. \end{cases}$$

124. Найти зависимость между:  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если

$$x + y = a$$

$$x^2 + y^2 = b$$

$$x^3 + y^3 = c$$

125. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}. \end{cases}$$

126. Найти сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 2.



127. Найти действительные корни системы уравнений:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x^4+y^4=97. \end{cases}$$

128. Доказать, что  $\lg \frac{2a+3b}{4} = \frac{\lg a + \lg b}{2}$ , если  $4ab = 4a^2 + 9b^2$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

129. Доказать, что  $\frac{\lg a N}{\lg ab N} = 1 + \lg a b$ .

130. Доказать, что, если  $a > b > 0$  и  $a^2 + b^2 = 6ab$ , то  $\frac{a+b}{a-b} = 2$ .

131. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + 3xy = 18 \\ xy + 4y^2 = 7. \end{cases}$

132. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + xy + y = 1 \\ x^2y + xy^2 = -30. \end{cases}$

133. Составить квадратное уравнение, корнями которого являются числа  $y_1 = \frac{x_1^2}{1+x_1^2}$ ,  $y_2 = \frac{x_2^2}{1+x_2^2}$ , где  $x_1$  и  $x_2$  есть корни уравнения  $x^2 + px + 1 = 0$ .

134. Решить уравнение  $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ .

135. Решить систему уравнений  $\begin{cases} \sqrt{\frac{3x}{x+y}} - 2\sqrt{\frac{x+y}{3x}} = 0 \\ xy - 54 = x + y. \end{cases}$

136. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x^{-y} \sqrt{x+y} = 4,24264 \\ (x+y)2^{1-x+y} = 10^{\lg 9}. \end{cases}$

137. Решить систему уравнений  $\begin{cases} \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{23}{4} \\ x - y = 1 \end{cases}$

138. Доказать, что если три числа представляют арифметическую прогрессию с разностью  $d$ , причем одно из них кратно  $d$ , то их произведение делится на  $6d^3$ .

139. Для каких значений  $x$  выполняется неравенство

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2}.$$

140. Решить неравенство  $\frac{x-1}{x^2+4x+2} < 0$ .

141. Решить неравенство  $\lg_5 \lg_2 \frac{x^2-2x}{x-3} < 0$ .

142. Решить уравнение  $\lg_x 2 \cdot \lg_{\sqrt[3]{2x}} 4 = \lg_{8x} 8$ .

143. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 77 \\ 3^{\frac{x}{2}} - 2^y = 7. \end{cases}$$

144. Показать, что выражение  $r = \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 5}{x^5 - x^2 - x + 2}$  принимает значение 3, когда  $x$  равняется корню уравнения

$$x^3 + x - 1 = 0.$$

145. Найти целое число, 6-я степень которого составлена из цифр: 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9.

146. Найти три целых числа, попарные произведения которых образуют арифметическую прогрессию.

147. Найти сумму  $n$  членов ряда  $7 + 77 + 777 + \dots$

148. Написать тремя четверками возможно большее число.

149. Сколько раз следует взять слагаемым число  $a$ , чтобы получить  $a^n$ ?

150. Даны числа  $2222, 222^2, 22^2, 2^{222}, 22^{2^2}, 2^{2^2^2}, 2^{2^{2^2}}$ ,  $2^{2^{2^2}}$ . Какое из них наибольшее?

151. Какое число натурального ряда равно сумме предшествующих ему чисел?

152. Число 30 легко написать тремя пятерками:  $5 \times 5 + 5$ . Попробуйте другими одинаковыми тремя цифрами написать это же число.

153. Четвертая степень некоторого числа имеет цифры 1, 1, 4, 4, 8, 9. Найти это число.

154. Выразите 1, употребив все 10 цифр (три способа).

155. Произведение четырех последовательных чисел равно 3024. Найти эти числа.

156. Найти три целых числа, попарные произведения которых образуют арифметическую прогрессию.

157. Требуется между тремя лицами разделить поровну 24 бочонка, из которых 5 полных, 11 полуполных, 8 пустых. Переливание не допускается.

158. С т а я о б е з ь я н. (Индусская задача.)

На две партии разбившись,  
Забавлялись обезьяны.  
Часть восьмая их в квадрате  
В роще весело резвилась,  
Криком радостным двенадцать  
Воздух свежий оглашали.  
Вместе сколько, ты мне скажешь,  
Обезьян там было в роще?

(Перевод В. И. Лебедева).



159. Учитель дал ученику число, которое тот должен был возвести в квадрат и отнять от результата 39. По рассеянности ученик извлек из данного числа квадратный корень и затем прибавил 39. Несмотря на это, он получил правильный ответ. Что это за число?

160. Три охотника. Три охотника несколько дней подряд провели в тайге на охоте.

В последний день охоты, утром, случилась неприятность: переходя вброд небольшую речушку, два охотника подмочили свои патронташи. Часть их патронов оказалась негодной к употреблению. Три друга поровну поделили между собой сохранившиеся патроны.

После того как каждый охотник сделал четыре выстрела, у всех охотников вместе осталось столько патронов, сколько было после дележа у каждого.

Сколько всего пригодных патронов было в момент дележа?

**161.** Два товарных поезда, оба длиной по 500 метров, идут навстречу друг другу с одинаковой скоростью 90 км/час.

Сколько секунд пройдет после того, как встретились машинисты, до того, как встретятся кондукторы последних вагонов?

**162.** Старая китайская задача. Один крестьянин решил снести на рынок свой товар. Но он был так беден, что имел только один мешок. Поэтому он сначала насыпал в него бобы, перевязал мешок, а затем сверху насыпал рис. По дороге бедняк встретил хозяина кабачка, который согласился купить у него бобы, но от риса отказался. Стали они думать, как сделать так, чтобы богач смог унести купленные бобы. Свой мешок хозяин кабачка не хотел отдавать крестьянину, а другой посуды у них не было, на землю высыпать было жалко. Наконец, бедняк вскрикнул: «Придумал!»

Как он решил эту задачу?

**163.** Задача-шутка. Всем членам нашей семьи 73 года. Я старше жены на 3 года, а мой сын младше дочери на 2 года.

Четыре года назад моей семье было 58 лет. Сколько лет каждому из нас?

**164.** Сколько лет прадеду? Мой прадед, человек весьма преклонных лет, родился в XIX веке. В январе 1955 года его возраст численно был равен произведению всех цифр, составляющих год его рождения, и он был старше меня в 5 раз, а моего брата в три раза. Сколько лет было моему прадеду в 1955 году?

**165.** Задача-шутка. «Скорость самолета превысила 10 тысяч километров в час,— сказал пассажир, посмотрев на часы возле здания аэропорта.— Из Красноярска я вылетел в 6 часов утра, в Москву прилетел в 6 часов 24 минуты. Значит, наш самолет покрыл за 24 минуты беспосадочного полета почти четыре тысячи километров». Как это могло получиться?

**166.** Помножь и раздели.

а) Восемь значащих цифр от 2 до 9 перемножь попарно так, чтобы множители не повторялись дважды. Сумма полученных четырех произведений должна составить 100.

б) Раздели 100 на такое число, чтобы частное равнялось цифре, не участвовавшей при перемножении.

**167.** Сколько чисел? Сколько есть натуральных чисел, не превосходящих 500 и не делящихся на 2 и на 3?

168. Сто миллионов из 1958!

Попробуйте, не меняя порядка и последовательности цифр в числе 1958, расставить такие математические знаки, чтобы в результате получилось 100 000 000.

169. Если в некотором трехзначном числе переместить первые две цифры слева, получится новое число, которое является квадратом двойной суммы его цифр (цифры нуль в этом числе нет). Найдите это число.

170. Что больше  $|a+b|$  или  $|a|+|b|$ ?

171. Задача Акариа. Показать, что

$$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}.$$

172. Для каких значений  $x$  выполняется неравенство:

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2}?$$

173. При каком условии сумма членов арифметической прогрессии равна числу членов ее?

174. Какая из степеней больше:  $0,1^\circ$  или  $0,3^{20}$ ?

175. Решите уравнение:  $\sqrt{x} + \sqrt{3x} = 6$ .

176. Дробь  $\frac{ab}{a+b}$  несократима. Будет ли несократимой дробь  $\frac{a}{b}$ ?

177. Установить, какие числа перемножаются:

$$\begin{array}{r} \text{а)} \quad \begin{array}{r} \times \cdot 1 \cdot \\ 3 \cdot 2 \\ \hline \cdot 3 \cdot \\ 3 \cdot 2 \cdot \\ \cdot 2 \cdot 5 \\ \hline 1 \cdot 8 \cdot 30 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б)} \quad \begin{array}{r} \times \cdot \cdot 5 \\ 1 \cdot \cdot \\ \hline 2 \cdot \cdot 5 \\ + 13 \cdot 0 \\ + \cdot \cdot \cdot \\ \hline 4 \cdot 77 \cdot \end{array} \end{array}$$

178. Найдите число, которое при делении на 3, 7 и 13 дает соответственно остатки 2, 4 и 6, и при этом сумма частных равна половине искомого числа.

179. В бассейн проведена труба. Вследствие ее засорения приток воды через нее уменьшился на 40%. На сколько процентов увеличится время, потребное для наполнения бассейна?

180. Стоимость товара снизили сначала на 12%, а затем новую стоимость снизили еще на 5%. Сколько процентов от первоначальной стоимости составляет окончательная стоимость товара после двух последовательных снижений и на сколько процентов в общем снижена стоимость товара?

181. Стоимость товара сначала увеличили на 15%, а потом новую цену снизили на 15%. Сколько процентов первоначальной стоимости составляет окончательная стоимость товара?

182. В колхозе насчитывается 60% мужчин и 40% женщин. На сколько процентов мужчин в колхозе больше, чем женщин?

183. Производительность труда при выполнении определенной работы повысилась на 40%. На сколько процентов сократилось время для выполнения этой работы?

184. Номинальная заработная плата увеличилась на 20%, а цены на товары снизились одновременно с этим на 20%. На сколько процентов увеличилась реальная заработная плата?

185. Длина морских границ СССР на 161% больше сухопутных границ нашей страны. Сколько процентов от общей государственной границы СССР приходится на морские и сухопутные границы в отдельности?

186. Магазин продал одному покупателю 25% имевшегося в куске сукна, второму покупателю — 30% остатка, а третьему — 40% нового остатка. Сколько процентов сукна осталось непроданным?

187. Скорый поезд идет со скоростью, которая на 100% больше скорости товарного поезда, а скорость товарного поезда на 25% меньше скорости почтового поезда. На сколько процентов почтовый поезд идет медленнее скорого?

188. Матери 38 лет, а дочери 8 лет. Через сколько лет мать будет втрое старше дочери?

189. Лыжник рассчитал, что если он станет делать в час 10 км, то прибудет на место назначения часом позже полудня, при скорости же 15 км/час он прибыл бы часом раньше полудня.

С какой же скоростью должен он бежать, чтобы прибыть на место ровно в полдень?

190. Среди 77 одинаковых колец одно несколько легче остальных. Найти его не более чем четырьмя взвешиваниями на чашечных весах.

191. Найти два числа, если наименьшее общее кратное их равно 1620, а частное — 0,75.

192. Три числа относятся, как  $1,5 : 4 : 7$ , а среднее арифметическое этих чисел равно 16. Найти числа.

193. Цены на хлеб снизились сначала на  $a\%$ , потом — на  $b\%$ . На сколько процентов всего снизились цены на хлеб?

194. **Задача Безу.** Работнику объявили, что он будет получать по 24 су за каждый отработанный день, а за каждый прогульный день с него будут удерживать по 6 су. По истечении 30 дней оказалось, что ему ничего не пришлось получать.

Спрашивается, сколько дней он работал?

195. На школьной викторине было предложено 30 вопросов. За каждый правильный ответ участнику засчитывали 7 очков, а за неправильный ответ с него списывали 12 очков. Сколько верных ответов дал один из участников, если он набрал 77 очков?

196. Доказать, что произведение четырех последовательных чисел, увеличенное на единицу, всегда есть полный квадрат.

197. **Задача Метродора** (древняя Греция). Диофант провел шестую часть своей жизни в детстве, двенадцатую — в юности; после седьмой части, проведенной в бездетном супружестве и еще 5 лет, у него родился сын, умерший по достижении половины числа лет жизни отца, после чего Диофант прожил только 4 года. Скольких лет Диофант умер?

198. Какое число, будучи прибавлено к девяти, дает свой ушестеренный квадратный корень?

199. Какое число, будучи сложено со своим удесятеренным квадратным корнем, дает 39?

200. Какое число равно своему утроенному квадратному корню, сложенному с четырьмя?

201. **Кому сколько лет?**

Двадцать лет назад дедушке было столько лет, сколько сейчас дочери — матери двух детей. Если сложить возраст двух его внуков, то окажется, что дедушке сейчас вдвое больше лет, чем обоим его внукам вместе. Один из его внуков вдвое моложе другого, а старший из них вдвое моложе матери. Определить возраст каждого члена этой семьи.

202. Некто купил 30 птиц за 30 монет, из числа этих птиц за каждые три воробья заплачена 1 монета, за каждые две горлицы — также 1 монета и, наконец, за каждо-

го голубя — по 2 монеты. Сколько было птиц каждой породы?

203. Как велико число, равное произведению  $\frac{4}{5}$  числа на  $\frac{5}{6}$  того же числа?

204. Некто согласился работать с условием получить в конце года одежду и 10 флорингов. Но по истечении 7 месяцев прекратил работу и при расчете получил одежду и 2 флоринга. Во сколько ценилась одежда?

205. Шли 12 человек и несли дюжину хлебов. Каждый мужчина нес по два хлеба, каждая женщина — по полхлебу, а каждый ребенок по одной четверти хлеба. Сколько шло мужчин, женщин и детей?

206. Какое число, будучи умножено на 3, затем увеличено на  $\frac{3}{4}$  этого произведения, разделено на 7, уменьшено на  $\frac{1}{3}$  частного, умножено само на себя, уменьшено на 52, после извлечения квадратного корня, прибавления 8 и деления на 10, дает число 2?

207. Заседание началось между 6 и 7 часами, а закончилось между 9 и 10 часами. Сколько продолжалось заседание, если за время заседания часовая и минутная стрелки поменялись местами?

208. Сколько яблок? На лотке у продавца было несколько яблок. Первый покупатель купил половину всех яблок и еще пол-яблока, второй — половину оставшихся яблок и еще пол-яблока, третий — половину нового остатка яблок и еще пол-яблока, после чего на лотке осталось 1 яблоко. Сколько же яблок было на лотке вначале?

209. Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми равно 18 км, вышел пешеход. Через 2 часа вслед за ним выехал велосипедист, проезжавший в каждый час на 4,5 км больше, чем проходил пешеход. Определить, сколько километров в час проезжает велосипедист, если известно, что он прибыл в пункт *B* одновременно с пешеходом.

210. Кресло, диван и стол вместе продаются за 124 рубля. Стол стоит 23 руб. 30 коп. Диван в 4 раза дороже стола. Сколько нужно денег, чтобы купить диван, стол и 3 кресла.

211. Мальчик на вопрос, сколько ему лет, отвечал, что через 13 лет ему будет в четыре раза больше, чем ему было два года назад. Сколько лет мальчику?



212. Две электрические веялки работали одна после другой всего в течение 7 часов и израсходовали вместе 3 киловатт-часа энергии. Первая веялка расходует в час 0,5 киловатт-часа энергии, вторая —  $\frac{3}{8}$  киловатт-часа.

Сколько времени работала каждая веялка?

213. Написать один миллион,

- а) употребляя только цифру 3,
- б) употребляя только цифру 4,
- в) употребляя только цифру 7.

214. Доказать, что  $p^3 - p$  делится на 6 при любом целом  $p$ .

215. Задумано число. Разделить его на 2 и прибавить к частному 3. Если же задуманное число умножить на 2, а из произведения вычесть 3, результат будет такой же. Найдите задуманное число.

216. Три сосуда вместе имеют вместимость, равную 112 литрам. Если первый сосуд наполнить водой и затем перелить ее в два других сосуда, то либо второй сосуд наполнится доверху, а третий — до  $\frac{2}{15}$  своей вместимости, либо третий наполнится доверху, а второй — до  $\frac{1}{3}$  своей вместимости. Найти вместимость каждого сосуда.

217. Турист отправляется в поход из  $A$  в  $B$  и обратно. Весь путь он проходит за 3 часа 41 минуту. Дорога из  $A$  в  $B$  идет сначала в гору, потом по ровному месту, затем под гору. На каком протяжении дорога тянется по ровному месту, если скорость движения туриста под гору 6 км/час, в гору 4 км/час, а по ровному месту 5 км/час, и все расстояние  $AB$  равно 9 километрам.

218. Поставьте вместо букв цифры:

$$\begin{array}{r} + \quad \text{р е ш и} \\ \quad \text{е с л и} \\ \hline \text{с и л е н} \end{array}$$

Сколько решений имеет задача?

219. Мальчик множил два числа и вместо цифры 5, стоявшей на последнем месте в множителе, написал цифру 3. Вместо 4500 он в произведении получил 4380. Найдите сомножители.

220. Через мост за день прошло 40 автомобилей и велосипедов, а всего 100 колес. Нельзя ли подсчитать, сколько прошло за день отдельно автомобилей и велосипедов?

**221.** Мальчик, выпив полстакана кофе, долил молока, затем выпил треть стакана и снова долил молока.

Сколько кофе и сколько молока выпил мальчик?

**222.** Некто узнал о трех изобретениях: одно из них экономит 30% топлива, другое — 45%, третье — 25%. Этот человек решил применить все три изобретения сразу, предполагая сэкономить  $30\% + 45\% + 25\% = 100\%$  топлива. Но разве это так? Сколько процентов экономии он получит на самом деле?

**223. История с грибами.** Пятеро друзей: Маруся, Коля, Ваня, Андрюша и Петя, отдохавшие в пионерском лагере, пошли за грибами. Правда, грибами всерьез занялась одна Маруся, что же касается мальчиков, то они большую часть времени провалились на траве, рассказывая друг другу всякие небылицы.

В результате, когда собрались возвращаться в лагерь, оказалось, что у мальчиков корзины пустые, в то время как Маруся в своей корзине насчитала 45 грибов.

— Неудобно вам, ребята, возвращаться в лагерь с пустыми корзинами,— посочувствовала Маруся и рассыпала по корзинам мальчиков все свои грибы, не оставив себе ни одного. Однако на обратном пути Коля и Андрюша натолкнулись на грибное место и дополнили свои корзинки, причем Коля нашел 2 гриба, а Андрюша удвоил количество бывших у него грибов. Ваня и Петя всю дорогу озорничали и растеряли часть своих грибов. Ваня потерял две штуки, а Петя потерял половину грибов, полученных от Маруси.

Самым удивительным оказалось то, что когда в лагере стали считать принесенные грибы, то у всех мальчиков оказалось грибов поровну. А когда грибники рассказали товарищам всю историю с грибами, то любителей математики заинтересовал вопрос: смогут ли они на основании этого рассказа подсчитать, сколько грибов получил каждый мальчик от Маруси? Как вы полагаете?

**224.** Два мотоциклиста выехали одновременно из одного и того же места на прогулку. Оба проехали одинаковое расстояние и вернулись домой в одно и то же время.

В пути мотоциклисты отдыхали. При этом известно, что один из них ехал вдвое больше времени, чем отдыхал другой; второй ехал втрое больше времени, чем отдыхал первый. Кто из мотоциклистов ехал быстрее?

**225.** Раздробите 45 на четыре части так, что если к первой части прибавить 2, от второй отнять 2, третью ум-

ножить на 2, а четвертую разделить на 2, то все результаты будут равными.

226. Выбрать четыре слова.

Ум	В столбике слева 14 слов.
Мир	В каждом слове, начиная со второго, число букв на одну больше, чем
Флаг	в предыдущем. В последнем — 15
Слава	букв.
Победа	Из всех этих 14 слов выберите
Свобода	4 слова так, чтобы были справедли-
Единство	выми равенства: $a^2 = bd$ , $ad = b^2c$ .
Социализм	Через $a$ , $b$ , $c$ и $d$ обозначены ко-
Математика	личества букв в выбранных вами
Размышление	четырех словах. Какие это слова?
Квалификация	
Воодушевление	
Электрификация	
Самообразование	

227. В четырех ящиках лежит чай; если из каждого вынуть по 9 кг, то во всех останется столько, сколько было в каждом. Сколько чая было в каждом ящике?

228. Две деревни расположены по разные стороны от реки. Как построить для сообщения между деревнями мост через реку, чтобы он одинаково отстоял от обеих деревень?

229. В рукописи одного математика было выражение:  $5^4 2^3$ .

Это означает: 5 в четвертой степени, умноженное на 2 в третьей степени.

Когда рукопись была сдана в печать, наборщик, не поняв этого выражения, набрал его так: 5423.

Но  $5^4 2^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5000$ , а не 5423. Ошибка получилась очень грубая.

Однако можно привести совершенно подобный же пример из четырех цифр, когда такая ошибка наборщика не отражается на результате. Каков этот пример?

230. В поезде. Из Москвы в Ленинград едут Сидоров, Иванов, Петров. Фамилии у этих пассажиров такие обычные, что оказалось, так же зовут трех человек из поездной бригады (кочегара, кондуктора и машиниста).

Известно, что:

все пассажиры живут в разных местах по Октябрьской железной дороге;

адрес пассажира Иванова — Москва;

кондуктор живет на полпути между Москвой и Ленинградом;

пассажир — однофамилец кондуктора — обитает в Ленинграде;

ближайший по месту жительства сосед кондуктора зарабатывает в год ровно втрое больше кондуктора;

пассажир Петров зарабатывает в год 700 рублей;

Сидоров — из поездной бригады — выиграл у кочегара партию в биллиард. Как фамилия машиниста?

### 231. Три мудреца.

Три неких древних мудреца вступили в спор: кто из троих более мудр? Спор помог решить случайный прохожий, предложивший им испытание на сообразительность.

— Вы видите у меня, — сказал он, — пять колпаков: три черных и два белых. Закройте глаза!

С этими словами он надел каждому по черному колпаку, а два белых спрятал в мешок.

— Можете открыть глаза, — сказал прохожий. — Кто угадает, какого цвета колпак украшает его голову, тот вправе считать себя самым мудрым.

Долго сидели мудрецы, глядя друг на друга... Наконец, один воскликнул:

— На мне черный!

Как он догадался?

**232. Невозможное равенство.** Полупустая бочка — это ведь то же самое, что полуполная. Не правда ли? Но если половины равны, то должны быть равны и целые — значит, пустая бочка равна полной. Нелепый вывод! Попробуйте объяснить, как он получился.

**233.** Сумма трех дробей равна единице. Разность между первой и второй дробями равна третьей дроби. Сумма первых двух дробей в 5 раз больше третьей дроби. Найти эти дроби.

**234.** Банк выдал двум организациям некоторую сумму денег. Первая организация получила  $\frac{1}{3}$  этой суммы без 2000 руб., другая получила  $\frac{1}{2}$  остатка и еще 6000 руб. Какую сумму выдал банк и сколько получила каждая организация?



**235.** Я купил книги. Если заплатить за них трехрублевыми билетами, придется выдать восемью билетами более, чем в том случае, если заплатить пятирублевыми. Сколько стоят книги?

**236.** Две противоположные стороны прямоугольника удлинили на 10%, а другие две укоротили на 10%. Как изменилась площадь прямоугольника?

**237.** Вычислить углы параллелограмма, если известно, что в треугольнике, образуемом его диагональю со сторонами, сумма углов, прилежащих к диагонали, равна половине третьего угла.

**238.** Что является геометрическим местом вершин равнобедренных треугольников, имеющих общее основание?

**239.** Что является геометрическим местом вершин прямых углов прямоугольных треугольников, имеющих общую гипотенузу?

**240.** Как пересечь куб плоскостью, чтобы в сечении получился правильный шестиугольник?

**241.** Периметр равностороннего треугольника содержит столько сантиметров, сколько площадь его содержит квадратных сантиметров. Найти сторону треугольника.

**242.** Доказать, что во всяком прямоугольном треугольнике куб гипотенузы больше суммы кубов катетов.

**243.** От железного листа прямоугольной формы длиной 1 м 4 дм и шириной 8 дм вырезали по углам равные квадраты со сторонами в 2 дм, а из оставшейся части склепали открытую коробку. Каков объем этой коробки?



**244.** Для изготовления книжной полки нужна доска строго определенных размеров, а именно 1 м длины и 24 см ширины. В наличии же имеется доска менее длинная, но более широкая, например, 75 см длины и 30 см ширины. Как удлинить доску посредством трех отпиливаний и одного склеивания?

Решение задачи, указанное на рисунке, является неэкономным по числу операций и

не удовлетворяющим требованиям прочности (прочность была бы пониженной в том месте, где планки приклеены к доске).

**245.** Чему равен угол, образованный биссектрисами двух смежных углов?

**246.** Две стороны треугольника выражаются числами 8 и 5. Между какими числами заключается третья сторона?

**247.** Объем правильного тетраэдра равен  $18\sqrt{2}$  см<sup>3</sup>. Определить ее полную поверхность.

**248.** Сумма диагоналей ромба на 6 см меньше его периметра. Вычислить длину стороны ромба и его диагоналей, если площадь ромба равна 24 см<sup>2</sup>?

**249.** На окружности, описанной около равностороннего треугольника  $ABC$ , взята точка  $M$ . Доказать, что наибольший из отрезков  $MA$ ,  $MB$ ,  $MC$  равен сумме двух остальных.

**250.** Существуют ли выпуклые многоугольники, у которых сумма внутренних углов относится к сумме внешних углов, как 9 : 4?

**251.** Можно ли утверждать, что сумма диагоналей любого выпуклого четырехугольника меньше его периметра.

**252.** Определить величину описанного угла, если кратчайшее расстояние от его вершины до окружности равно радиусу окружности.

**253.** Могут ли все три стороны прямоугольного треугольника выражаться нечетными числами?

**254.** Периметр треугольника равен 18 см. Биссектриса одного из углов треугольника делит противоположную сторону на отрезки 2,5 см и 3,5 см. Найти стороны треугольника.

**255.** Если  $M$  — некоторая точка высоты  $BD$  треугольника  $ABC$ , то  $AB^2 - BC^2 = AM^2 - MC^2$ . Доказать.

**256.** Основание трапеции 8 см и 24 см, боковые стороны 5,2 см и 14,8 см. Найти высоту.

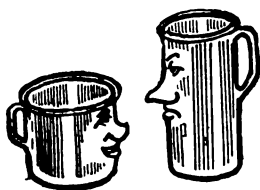
**257.**  $AB$  — диаметр; касательная  $BC = 5,2$  см; угол  $BAC = 30^\circ$ . Найти отрезки  $AK$  и  $KC$ , на которые секущая  $AC$  делится окружностью.

**258.** Радиусы кругов 27 см и 13 см, а расстояние между центрами 50 см. Определить длину их общих касательных.

**259.** Катеты прямоугольного треугольника 3 см и 6 см. Найти биссектрису прямого угла.

260. Стороны прямоугольника выражаются целыми числами. Какой длины должны они быть, чтобы их сумма численно равнялась площади прямоугольника?

261. В правильной  $n$ -угольной пирамиде высота вдвое меньше стороны основания. Определить двугранный угол при ребре основания.



262. Одна кружка вдвое выше другой, зато другая в полтора раза шире. Которая кружка вместительнее?

263. Один из внешних углов треугольника равен  $135^\circ$ , а разность внутренних углов, с ним не смежных, равна  $29^\circ$ . Определить внутренние углы треугольника.

264. Вычислить объем правильного тетраэдра с ребром  $a = 12$  см.

265. Даны два круга, их общие внутренние касательные взаимно перпендикулярны. Хорды, соединяющие точки касания, равны 3 см и 5 см. Определить расстояние между центрами.

266. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  больше, чем угол  $C$  на  $30^\circ$ . Точка  $K$  лежит на стороне  $AC$ ,  $AB = BK$ . Определить угол  $KBC$ .

267. В треугольнике  $ABC$  угол  $A = 45^\circ$ , а угол  $C$  — тупой.  $CM$  и  $BK$  — высоты. Отрезок  $CK$  от вершины  $C$  до основания высоты  $BK$  вдвое меньше стороны  $AC$ . Точка  $S$  лежит на продолжении стороны  $AC$  так, что  $AC = CS$ . Доказать, что периметр четырехугольника  $CMBS$  равен периметру треугольника  $ABC$ .

268. Доказать, что если в треугольнике медиана равна половине стороны, на которую она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

269. Доказать, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

270. Доказать, что сумма углов при меньшем основании трапеции больше, чем сумма углов при большем основании.

271. Существует ли треугольник, у которого две биссектрисы его внутренних углов взаимно перпендикулярны?

272. Построить ромб по высоте  $h$  и диагонали  $d$ .

273. Перпендикуляр, опущенный из середины одного катета на гипотенузу, равен 6 см, а середина гипотенузы

отстоит от этого же катета на 7,5 см. Определить стороны треугольника.

274. Доказать, что биссектрисы углов прямоугольника, продолженные до их пересечения, образуют квадрат.

275. В равнобедренном треугольнике биссектриса угла при основании равна одной из сторон. Определить углы треугольника.

276. На основании равнобедренного треугольника взята точка. Доказать, что сумма расстояний этой точки до обеих боковых сторон равна боковой высоте.

277. Биссектрисы двух внутренних углов треугольника встречаются под углом в  $135^\circ$ . Определить третий угол треугольника.

278. Доказать, что трапеция с равными диагоналями — равнобедренная.

279. Разрежьте равносторонний треугольник таким образом, чтобы можно было сложить в одном варианте два, а в другом — три равносторонних треугольника.

280. Сколько диагоналей можно провести в четырехугольнике, в пятиугольнике, в шестиугольнике, в десятиугольнике, в  $n$ -угольнике?

281. Концы диаметра круга удалены от касательной на расстояния  $m$  и  $n$ : угол наклона касательной к диаметру равен  $\alpha$ . Определить длину диаметра.

282. Сколько сторон имеет многоугольник, если число всех его диагоналей в  $m$  раз более числа сторон?

283. Разрезать данный треугольник на три части, из которых можно было бы составить прямоугольник.

284. Построить треугольник  $ABC$  по сторонам  $AB$  и  $AC$ , зная, что угол  $C$  в три раза больше угла  $B$ .

285. Около окружности радиуса 5 см описана равнобокая трапеция. Расстояние между точками касания боковых сторон равно 8 см. Определить периметр трапеции.

286. Если в четырехугольнике соединить середины двух противоположных сторон с серединами диагоналей, то получится параллелограмм. Доказать.

287. Доказать, что равные хорды, пересекающиеся внутри окружности, делятся точкой пересечения на соответственно равные части.

288. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма всех его внутренних углов с одним его внешним равна  $1530^\circ$ ?



289. Доказать, что в прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит пополам угол между медианой и высотой, опущенными на гипотенузу.

290. Катеты прямоугольного треугольника 3 см и 4 см. В треугольнике дана точка, отстоящая от каждого катета на 1 см. Найти ее расстояние до гипотенузы.

291. В треугольник  $ABC$  вписана окружность, которая касается его стороны в точках  $M$ ,  $N$ ,  $P$ . Доказать, что треугольник  $MNP$  всегда остроугольный.

292. Показать, что разность расстояний от точки, лежащей на продолжении основания равнобедренного треугольника, до его боковых сторон равна высоте этого треугольника, опущенной на боковую сторону.

293. Доказать, что в прямоугольном треугольнике куб гипотенузы больше суммы кубов катетов.

294. Как определить центр окружности при помощи чертежных треугольников?

295. В круглом бассейне плавает щука. Начав «путешествие» от стенки бассейна, она поплыла строго на север. Через шесть метров щука наткнулась на борт бассейна и повернула на запад. Проплыв еще восемь метров, она снова наткнулась на борт бассейна. Чему равен диаметр бассейна?

296. Точка, лежащая внутри параллелограмма, соединена со всеми его вершинами. Доказать, что суммы площадей противоположных треугольников, на которые разбивается параллелограмм, равны между собой.

297. В равнобедренной трапеции средняя линия равна  $m$ , а диагонали взаимно перпендикулярны. Вычислить площадь трапеции.

298. Длина оснований трапеции равна  $a$  и  $b$ . Найти длину отрезка прямой, параллельной основаниям трапеции и делящей ее на две равновеликие фигуры.

299. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5. Найти отношение площадей вписанного и описанного кругов.

300. Сумма диагоналей ромба равна  $2m$ , острый угол равен  $\alpha$ . Найти периметр.

301. Около круга, площадь которого равна  $Q$ , описан ромб с углом в  $30^\circ$ . Определить площадь ромба.

302. Существует ли угол  $x$  такой, что  $\sin x \cos x = \sin 40^\circ$ ?

303. Доказать, что если в двух треугольниках сумма двух углов равна  $180^\circ$ , то площади их относятся как произведения сторон, прилежающих к этим углам.

**304.** Внутри угла в  $60^\circ$  расположена точка на расстоянии  $A$  и  $B$  от его сторон. Найти расстояние от этой точки до вершины данного угла.

**305.** Две взаимно перпендикулярные образующие прямого кругового конуса делят окружность основания на две дуги, одна из которых вдвое короче другой. Найти объем конуса.

**306.** Имеются две банки, одна из которых в два раза выше другой. Но зато диаметр второй, низкой банки, в полтора раза больше, чем диаметр первой, высокой банки. Какая из банок вместительнее и на сколько?

**307.** Доказать, что если  $a, b, c$  есть длины трех сторон треугольника, то имеет место неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc).$$

**308.** Доказать, что в треугольнике

$$a + b = 4R \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A+B}{2}.$$

**309.** Предполагая, что  $A + B + C = 180^\circ$ , доказать тождество

$$\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2}.$$

**310.** Доказать, что  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ , где  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы, образованные диагональю прямоугольного параллелепипеда и его ребрами.

**311.** Вычислить без таблицы

$$\cos^2 73^\circ + \cos^2 47^\circ + \cos 73^\circ \cos 47^\circ.$$

**312.** Могут ли синусы углов прямоугольного треугольника составлять арифметическую прогрессию?

**313.** Доказать, что если треугольник имеет угол в  $120^\circ$  и стороны его образуют арифметическую прогрессию, то эти стороны пропорциональны числам  $3:5:7$ .

**314.** Доказать, что сумма квадратов диагоналей трапеции равна сумме квадратов боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.

**315.** Две окружности радиусом  $r$  и  $3r$  находятся во внешнем соприкосновении. Определить площадь фигуры, заключенной между окружностями и общей к ним внешней касательной.

**316.** Катеты прямоугольного треугольника  $a$  и  $b$ . Найти длину биссектрисы прямого угла.

**317.** Вписать в треугольник два равных круга, каждый из которых касается двух сторон треугольника и другого круга.

**318.** Даны две точки и прямая. Провести касающиеся окружности с центрами в данных точках таким образом, чтобы у них существовала общая касательная, параллельная данной прямой.

**319.** Определить площадь треугольника, если даны стороны  $a$  и  $b$  и биссектриса  $t$  угла между ними.

**320.** Длины сторон треугольника образуют возрастающую геометрическую прогрессию. В каких границах может меняться знаменатель этой прогрессии?

**321.** Один из катетов прямоугольного равнобедренного треугольника находится на плоскости, а другой составляет с ней угол в  $45^\circ$ . Под каким углом наклонена к этой плоскости гипотенуза?

**322.** Доказать, что если в треугольнике медиана равна половине стороны, на которую она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

**323.** Если в четырехугольнике соединить середины двух противоположных сторон с серединами диагоналей, то получится параллелограмм. Доказать.

**324.** В треугольник  $ABC$  вписана окружность, которая касается его сторон в точках  $M$ ,  $N$ ,  $K$ . Доказать, что треугольник  $MNK$  всегда остроугольный.

**325.** Трапеция разбивается диагоналями на 4 треугольника. Определить площадь трапеции, если площади треугольника, прилежащих к основаниям трапеции, равны  $S_1$  и  $S_2$ .

**326.** Боковая поверхность правильной пирамиды равна  $18 \text{ см}^2$ , площадь ее основания  $4,5 \text{ см}^2$ . Определить двугранный угол при основании.

**327.** Продаются два арбуза разных размеров. Один на четвертую долю шире другого, а стоит он в 1,5 раза дороже. Какой из них выгоднее купить?

**328.** Продаются две дыни одного сорта. Одна окружностью 60, а другая — 50 см. Первая в полтора раза дороже другой. Какую дыню выгоднее купить?

**329.** Две линейки, расположенные одна вслед за другой по прямой линии, имеют общую длину 90 см. Одна из них длиннее другой на 18 см. Определить длину каждой из этих линеек.

**330.** Два колхозника купили в городе кусок сукна длиной в 28 м; при этом один из них взял на свою долю

часть в 3 раза большую, чем другой. Сколько метров сукна купил каждый колхозник?

331. Доказать тождество:

$$(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = 4.$$

332. Доказать тождество:

$$\frac{\sin(2\alpha + \beta)}{\sin \alpha} - 2 \cos(\alpha + \beta) = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

333. Решить уравнение:

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

334. Преобразовать в произведение:

$$1 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

335. Вычислить произведение:

$$\operatorname{tg} 0^\circ \cdot \operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \dots \operatorname{tg} 89^\circ.$$

336. Вычислить величину дроби:

$$\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} \quad \text{при } \alpha = \frac{7}{6}\pi.$$



**Знаете ли вы!**

Основатель московской математической школы академик **Н. Н. Лузин** (1883—1950), учась в гимназии, имел репетитора по математике.

Советские ученые составили математическое уравнение работы сердца. Это уравнение связывает функциональной зависимостью сугубо нематематические величины — пульс, кровяное давление, упругость артерий и т. д.

Знаменитому математику **М. В. Остроградскому** пришла внезапно в голову какая-то необыкновенно заманчивая математическая идея в тот момент, когда он шел по петербургской улице. Немедленно он стал покрывать формулами то, что считал черной доской, предназначенной для записи вычислений. Неожиданно доска стала удаляться от него. Оказалось, что это не классная доска, а карета. Изумленный математик, догоняя карету, стал кричать кучеру: «Постой! Куда спешишь? Я сейчас!...».

Магницкий название чисел заимствовал у древнеримских авторов. Числа первого десятка он называет перстами, числа вида единицы с нулями (20, 30, 100, 700) — суставами, а все остальные числа (11, 17, 208, 649) — сочинениями.

## ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ

### (Ответы к сельскохозяйственному кроссворду.)

По горизонтали: 5. Мичурин. 6. Трактор. 8. Крона. 9. Укроп. 11. Ствол. 12. Картофель. 15. Томат. 16. Сорго. 17. Слива. 19. Вспаха. 20. Кабачок.

По вертикали: 1. Титовка. 2. Дичок. 3. Трава. 4. Початок. 7. Колхозник. 10. Пласт. 11. Силос. 13. Компост. 14. Агроном. 17. Сечка. 18. Амбар.

### Плакаты

1. Ходом коня. Все пешки можно снять в 16 ходов. Первый удар по пешке  $c2$ , или  $b3$ , или  $f7$ , или  $g6$ .

2. Слон и комар. Любитель взял неверное равенство.

$x - p > 0$ , а  $y - p < 0$ . Отсюда  $x - p = y - p$ .

### Чайнворд «Геометрия»

1. Градус. 2. Сегмент. 3. Треугольник. 4. Катет. 5. Транспортир. 6. Радиус. 7. Сектор. 8. Ромб. 9. Биссектриса. 10. Аксиома.

### 1. Кроссворд «Математика»

По горизонтали:

5. Медиана. 6. Функция. 10. Лимес. 11. Галуа. 12. Топология. 15. Тензор. 16. Зенон. 17. Жордан. 20. Смирнов. 21. Квадрат. 25. Градус. 26. Число. 27. Фигура. 31. Факториал. 33. Алгол. 34. Фалес. 35. Нормаль. 36. Операнд.

По вертикали:

1. Непер. 2. Кантор. 3. Анализ. 4. Риман. 7. Диаметр. 8. Цилиндр. 9. Бурбаки. 13. Континуум. 14. Понтрягин. 18. Линия. 19. Муавр. 22. Циркуль. 23. Аксиома. 24. Перигей. 28. Радиан. 29. Парсек. 30. Моном. 32. Райнд.

## 2. Кроссворд «Математика».

По вертикали:

1. Метод. 2. Луч. 3. Закон. 5. Моном. 6. Ляпунов. 7. Косинус.  
8. Минус. 12. Кардиоида. 13. Биквадрат. 17. Отрезок. 18. Аксиома.  
22. Лемма. 23. Цифра.

По горизонтали:

4. Секущая. 9. Порядок. 10. Подобие. 11. Фокус. 12. Куб. 14. Синус.  
15. Номер. 16. Конус. 19. Сто. 20. Спираль. 21. Икс. 24. Непер.  
25. Линия. 26. Два. 27. Формула. 28. Теорема.

Задачи и головоломки.

Расставьте знаки

$$\boxed{6} \times \boxed{2} \boxed{9} = \boxed{1} \boxed{7} \boxed{4} = \boxed{5} \boxed{8} \times \boxed{3}$$

В результате 10.

$$7(3-2) - 5 + 8 = 10$$

$$(5+5)2 - 5 - 5 = 10$$

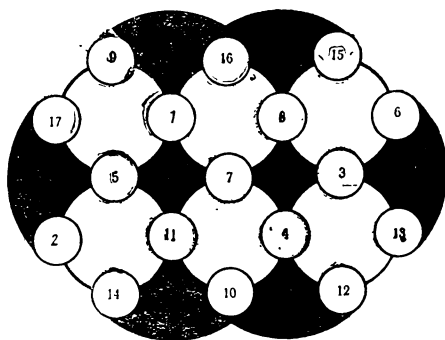
$$8 \times 2 - 4 - 6 + 4 = 10$$

$$(7-5+3)3 - 5 = 10$$

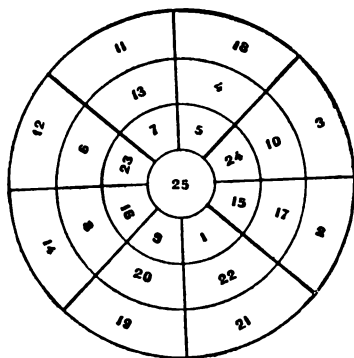
$$6+3 \times 4 - 2 - 6 = 10$$

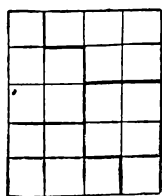
$$(4-3)5 \times 3 - 5 = 10$$

Шесть кругов.



Всюду 100. (Один из вариантов.)

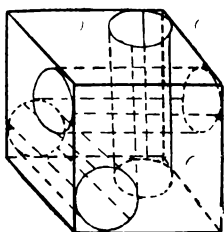




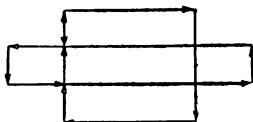
**Разрежьте прямоугольник.**

Можно разрезать так, как показано здесь, но есть еще другие способы, найдите их.

**Цилиндр и куб.**



**Одним росчерком.**



**Впервые в мире.**

Россия — родина подводной лодки.

**Что здесь написано?**

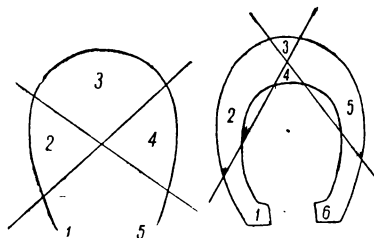
Счастлив я, что не за рубежом, а в России открыто новое средство связи.

**Сосчитай!**

Всего 35 треугольников.

**В каждом ряду — 63**

19, 12, 9, 2;      18, 13, 8, 3;      17, 14, 7, 4;      16, 15, 6, 5;  
20, 11, 10, 1.



**Разрубить подкову**

Если не придать фигуре подковы необходимой объемности, то двумя прямыми линиями ее удастся разрезать не более как на 5 частей.

## Математические ребусы

1.  $ABC = 286$ .

2.  $3\ 125 : 25 = 125$ .

3. а) 
$$\begin{array}{r} + 192 \\ 384 \\ \hline 576 \end{array}$$

б) 
$$\begin{array}{r} + 273 \\ 546 \\ \hline 819 \end{array}$$

в) 
$$\begin{array}{r} + 482 \\ 157 \\ \hline 639 \end{array}$$

г) 
$$\begin{array}{r} + 591 \\ 273 \\ \hline 864 \end{array}$$

4.  $АТОМ = 9\ 376$ .

5.  $245 \times 379$ . 6.  $125 \times 37$ . 7.  $A=2, B=9$ . 8.  $17302 \times 8$ . 9.  $90909 + 10101$ .

10.  $775 \times 33$ . 11.  $A=5, B=2, Г=3, Д=8, E=4, H=0, И=7, K=9, Л=6$ .

12. Черняховск.

### Найдите числа

1.  $317 \times 162$ . 2.  $57125 \times 743$ . 3.  $7375428413 : 125473$ . 4.  $397 \times 34$ .

5.  $3024765018 : 58$ .

### Викторина

*(для учащихся младших классов)*

1. 200. 2. Через 72 часа будет полночь. 3. 1,5. 4. 4 брата и 3 сестры. 5. 24. 6. Если вычитаемое отрицательное. 7. На 9-й день. 8. Оба на одинаковом расстоянии. 9. Числа, изображенные цифрой 6, при перевертывании их. 10. Числа, изображенные цифрой 8. 11. Сумма должна быть кратна 3. 12. В букву «О» числа 7 и 17. 13. Волк не ест капусту, поэтому человек сначала переправляет на другой берег козу, затем возвращается, берет в лодку капусту и тоже перевозит ее на другой берег, где оставляет, но зато берет в лодку козу и везет ее обратно — на первый берег. Здесь он оставляет козу и перевозит волка. Капусту оставляет с волком, а сам возвращается за козой. 14. Стоимость их одинакова. 15. Само на себя. 16. На 1. 17. 3 гуся. 18. На 2 рубля. 19. Когда множитель равен единице. 20. На 4 километра. 21. 35 копеек. 22. 7, 5 и 2, 5.

### Викторина

*(для учащихся старших классов)*

1. Килограмм одного и того же металла всегда дороже. 2. 2 рубля. 3. Всегда. 4. Ступенька не покроется водой, так как вместе с водой поднимается и корабль. 5. Севастополь. 6. 111—11. 7. 18 метров. 8. Рубль. 9. 8 граней. 10. 5 землекопов. 11. Число 8. 12. 22 раза (в начале и конце суток минутная и часовая стрелки только сближаются). 13. Может (в пятиугольнике). 14. Нуль. 15. Нет. 16. В 9 раз. 17. 15 раз. 18. 18. 19. 119. 20. Г. Галилей. 21. Пусть  $a$  цифра десятков, а  $b$  цифра единиц 1-го числа, тогда оно запишется:  $10a+b$ , а второе —  $10b+a$ .



Составляем разность  $10a + b - 10b - a = 9a - 9b(a - b)$ . 22. 23. 23. Задумано число 4. 24. 7 кочанов. 25. 28 деревьев. 26.  $\frac{1}{20}$  (каждое слагаемое заменить разностью  $\frac{1}{10} - \frac{1}{11}$  и т. д.). 27. 315 голов скота. 28. У мула — 7 мешков, у ослицы — 5. 29. В конце второго дня. 30. 2,5 и 7,5. 31.  $5\frac{2}{5}$ . 32. 125. 33. 75 прыжков. 34. 4 и 6. 35. Дети переправляются на другой берег. Один из них остается там, а другой возвращается с лодкой. Затем переезжает один солдат и посылает обратно лодку с мальчиком. Снова дети едут на противоположный берег и т. д. 36. 66 секунд (учесть число промежутков между ударами). 37. «А» рассуждал так: «Каждый из нас может думать, что его собственное лицо чистое. «Б» уверен, что его лицо чистое, и смеется над измазанным лбом мудреца «В». Но если бы «Б» видел, что мое лицо чистое, то он был бы удивлен смеху «В», так как в этом случае у «В» не было бы повода для смеха. Однако «Б» не удивлен, значит, он может думать, что «В» смеется надо мной. Следовательно, мое лицо черное».

40. Высота, медиана, биссектриса, ось симметрии, геометрическое место точек, равноудаленных от концов отрезка  $AC$ .

41. Можно. 42. Второе бревно тяжелее. 43. Могут, когда они стоят спиной друг другу. 44. 1 ребенок. 45. На 20. 46. Нет. 47. 71 копейка.

#### Ответы к задачам олимпиады.

1. Подставить значения  $m$  и  $n$  в последний множитель числителя.
3. 72 км/ч, 300 м.
4. Разделится.
5. Число  $A$  больше числа  $B$ .
6.  $\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ .
7. Разрезать 3 булки на 4 части, а четыре булки на три части.
8. 56; 6,75 руб. и 4,5 руб.
9. Достаточно показать, что последние цифры уменьшаемого и вычитаемого одинаковы.
10. 533.
11.  $(x - y)(a - x)(a - y)(a + x + y)$ .
12.  $(x + 3)^2(x - 1)$ .
13. 512.
15. 27.
16.  $x > \frac{5}{2}$ .
17. 15 и 9.
18.  $\frac{8}{3}$  и 1; 2 и 1.

19. Группируем первый и четвертый, второй и третий множители, делаем подстановку:  $x^2 - 3x = y$ .

Действительные корни: 4 и  $-1$ .

20. Обе части возвести в куб.

21.  $x > 0$ ,  $y > 0$  и  $x > y$ . (Предварительно разложить на множители.)

22. 542 и 631.

24.  $p-1$ ,  $p$ ,  $p+1$  — последовательные целые числа. Одно из них делится на 3. Но  $p$  число простое и на 3 не делится, следовательно, на 3 делится  $p-1$  или  $p+1$ . Кроме того, одно из них  $p-1$  или  $p+1$  делится на 2, а другое — на 4.

25. См. указание к предыдущей задаче.

26. Обе части данного равенства возвести в куб. и т. д.

28. 0 и 0.

29. Построить основание, прямую, параллельную основанию и отстоящую на расстояние  $h_b$  и прямую, параллельную двум первым, расположенную посередине между ними. На последней прямой должна лежать середина стороны.

39. Продолжить боковые стороны трапеции до их пересечения. Внутри получившегося треугольника через одну из вершин трапеции провести прямую, параллельную боковой стороне. Получившийся треугольник достроить до прямоугольника и т. д.

40. На гипотенузе  $AB=c$ , как на диаметре, строим окружность. На половине диаметра строим вторую окружность, касающуюся первой в точке  $A$  внутренним образом. Из точки  $B$ , как из центра, радиусом, равным длине медианы, проводим дугу, пересекающую малую окружность. Медиана пройдет через найденную точку и точку  $B$ .

41. Задача может иметь одно решение, два решения и ни одного.

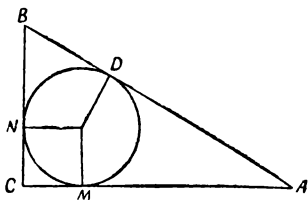
44. Задача возможна, если можно построить треугольник  $BCD_1$ , где  $D$  — основание перпендикуляра, опущенного из вершины  $B$  на сторону  $AB$ .

45. Два случая доказательства.

46. Дуга  $AB$  изм.  $\frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ . Дуга  $AC$  изм.  $\frac{2\pi R \alpha}{180^\circ}$ , где  $R=2r$ .

47. Доказательство.

$AD \cdot DB = AM \cdot BN = (AC - r)(BC - r) = AC \cdot BC - rAC - rBC + r^2 =$   
 $= AC \cdot BC - r(AM + r) - r(BN + r) + r^2 =$   
 $= AC \cdot BC - r \cdot AB - r \cdot BN - r^2$ , а это  
 есть удвоенная площадь треугольника  $ABC$  без площадей четырехугольников:  $AMOD$ ,  $MCNO$ ,  $NODB$ .



48. Дан правильный вписанный треугольник  $BCD$ . Точка  $A$  произвольная точка окружности. Доказать, что  $AB+AC=AD$ . На  $AD$  нужно отложить отрезок  $AM$ , равный отрезку  $AB$ , и доказать равенство треугольников  $БМД$  и  $ABC$ .

49. 
$$\frac{Rr}{(\sqrt{R} + \sqrt{r})^2}.$$

50. 29, 25.

51. Соединить вершины треугольника и трапеции с центром окружности. Отрезки эти разобьют как трапецию, так и треугольник на три треугольника. Площади этих треугольников нужно выразить через радиус окружности и синусы соответствующих углов и показать равновеликость фигур.

52. Выразить:  $a=d \sin A$ ,  $b=d \sin B$ ,  $c=d \sin C$ ,  
 $a^2 - b^2 = d^2 \sin(A+B) \sin(A-B)$ ,  $c^2 = d^2 \sin C = d^2 \sin(A+B)$  и т. д.

### Математическая касса

Задача «Кот и мыши». Отсчитайте по ходу часовой стрелки от белой мыши (ее не считая) шестую мышь. С этой мыши и следует Мурлыке начинать свой «обед».

1. 21 и 15. 2.  $\frac{1}{3}$ . 3. Второй товар стоит дешевле. 4. 210 м.  
 5. 125. 6. 4 года. 7. 12 лет. 8. 18 лет. 9. Не было нисколько. 10. 9 лет.  
 11. 3 паука и 5 жуков. 12. 18, 10 и 8. 13. 3. 14. 3 кг. 15. Третью часть  
 пути. 16. 36. 17. 36 яблок.

- |   |                             |
|---|-----------------------------|
| 18. 4761 и 328 509.   | 41. 30 и 20, 12 и 8, 3 и 2. |
| 19. Делится.  | 42. 127.                    |
| 20. 142 857.  | 43. Через 20 м.             |
| 22. 20, 12, 4, 64.  | 44. 9 и 3.                  |
| 23. 50, 60, 11, 275.  | 45. 21.                     |
| 24. 142, 857.   | 46. 176.                    |
| 25. 14, 10, 6.  | 47. 15 и 24.                |
| 26. Закреплял тремя звеньями одного отрезка.                        | 48. 12,357 и 1,2357.        |
| 27. $100=64+36=25 \times 4$ .                                       | 49. 7, 4, 2.                |
| 28. 43, 39 и 30.  | 50. 13, 11, 10, 9, 7.       |
| 29. 68.   | 51. 480 км/ч.               |
| 30. $99^2=9801$ .   | 52. 5.                      |
| 31. 4 года.   | 54. 243.                    |
| 32. $2025=(20+25)^2$ , $3025=$<br>$= (30+25)^2$ , $9801=(98+1)^2$ , | 55. 4 км/час.               |
| 35. $(2a+1)^2-1=4a(a+1)$ ,<br>если $a$ нечетное, то $a+1$ — четное. | 57. На 7 единиц.            |
| 37. $\frac{1}{2}$ .   | 58. 15.                     |
|   | 59. 3 березы, 4 вороны.     |
|   | 60. 45 и 20.                |
|   | 61. 6 раз.                  |
|   | 62. 12 месяцев.             |

63. 11, 12, 13.

64. За  $\frac{mn}{m+n}$  часов.

65.  $\frac{3}{4}$  части.

66. 60 км.

67. 2,5 т.

68. 30%.

69. На учетверенное произведение их.

70. 4.

71. 174, 116, 125.

72. 543, 207, 357.

73. 107.

74. 5 минут.

75. 12 и 4.

76. 2 насоса.

78. 4301 кг (приблизительно).

79. 26 суток.

80. В 1492 году.

81. 484.

82. Можно так  $1 = \frac{77}{77}$ ,  $2 = \frac{7}{7} + \frac{7}{7}$ ,  $3 = \frac{7+7+7}{7}$ ,  $4 = \frac{77}{7} - 7$ ,

$5 = 7 - \frac{7+7}{7}$ ,  $6 = \frac{7 \cdot 7 - 7}{7}$ ,  $7 = 7 - \frac{7-7}{7}$ ,  $8 = \frac{7 \cdot 7 + 7}{7}$ ,  $9 = 7 + \frac{7+7}{7}$ ,

$10 = \frac{77-7}{7}$ .

88. 41, 43, 45.

84. 780-й пробы.

85. Выходом из положения служит поочередное пользование велосипедом. Первый километр едет на велосипеде младший брат, а старший идет пешком. Доехав до начала второго километра (к этому моменту старший брат проходит  $\frac{1}{3}$  км), младший оставляет велосипед и продолжает идти пешком. Старший брат, дойдя до велосипеда (в это время младший брат пройдет  $\frac{2}{3}$  второго км), садится на него и доезжает до конца второго километра в тот момент, когда младший брат доходит также до этого конца. Следующие два километра братья проделывают так же, как и первые два, и поэтому попадают на станцию одновременно. Оттого, что 2 км пути братья проезжают на велосипеде, получается экономия 20 мин. Скорость езды на велосипеде равна 12 км/час.

86. 110 секунд.

87. а) На обе чашки весов положить по 3 произвольно выбранных кольца.

б) Из кучи с фальшивым кольцом взять произвольно 2 кольца и положить на чашки весов.

88. 5473.

89. 27.

90. 16, 18, 24.

91. 42 и 18.

92. 72 пчелы. (Уравнение:  $\sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{8}{9}x + 2 = x$ ).

93. 105.

94. 789. 504.

95. 30 футов (в стихотворной форме —  $3\frac{3}{4}$  фута).

96. 120 км, 24 км/час.

98. 3.

99. 9 и 1.

100. 48.

101. 28 и 21.

102. За 1,5 часа.

103. 8 косцов.

104. Увеличится.

105.  $\frac{1}{8}$  кг льняного масла,  $\frac{15}{16}$  кг канифоли,  $\frac{3}{16}$  кг воска,  $\frac{1}{4}$  кг

гуттаперчи.

106. 81; 9 и 15.

107. В два раза.

108. 50.

109. 360 час. и 120 час.

110. Вес сосудов по 50 г. Вес воды в сосудах 150 г и 200 г.

111. 8 и 12 дней.

112. 11".

113.  $\frac{3+3-3}{3}$ ,  $\frac{33}{33}$ ,  $\frac{3+3}{3+3}$ .

114. а)  $0+1+2+3+4+5+6+7+8\times 9=100$

б)  $123+45-67+8-9+0=100$ ,

в)  $0+\frac{1}{2}+\frac{6}{4}+\frac{5+3}{8}+97=100$ ,

г)  $50\frac{1}{2}+49\frac{38}{76}=100$  и т. д.

115.  $111-11$ ,  $33\times 3 + \frac{3}{3}$ ,  $5\times 5\times 5-5\times 5$ ,  $(5+5+5+5)\times 5$ .

116.  $22+22-22-\frac{2}{2}$ .

117.  $5+\frac{5+5+5}{5}$ .

118. 9 и 12 — 12 и — 9.

119. 2 и 3, 3 и 2.

120. 10 и 11, — 10 и — 11.

121. 3 и 1, 1 и 3.

122. 1 и 5, 5 и 1, 2 и 3, 3 и 2.

123. 5 и 3, 5 и — 3.

124.  $a^3-3a\frac{a^2-b}{2}-c$ .

125. 2 и 3, 3 и 2, — 6 и 1, 1 и — 6.

126. 1635. (Это сумма членов арифметической прогрессии.)
127. 2 и 3, 3 и 2.
131. 3 и 1,  $-3$  и  $-1$ , 12 и  $-\frac{7}{2}$ ,  $-12$  и  $\frac{7}{2}$ .
132.  $-2$  и  $-3$ ,  $-3$  и  $-2$ ,  $3 + \sqrt{14}$  и  $3 - \sqrt{14}$ ,  $3 - \sqrt{14}$  и  $3 + \sqrt{14}$ .
133.  $y^2 - y - \frac{1}{p^2} = 0$ .
134.  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ .
135. 2 и 6,  $-9$  и  $-\frac{9}{2}$ .
136. 10 и 8.
137. 2 и 1.
139.  $1 < x < 2$ ,  $-1 < x < 0$ .
140.  $-2 + \sqrt{2} < x < 1$ ,  $x < -2 - \sqrt{2}$ .
141.  $x < 3$ .
142.  $x = 2$ .
143. 4 и 1.
145. 27. (Решается подбором, рассуждением.)
146. Числа вида:  $2n$ ,  $3n$ ,  $6n$ .
147.  $\frac{7}{81}(10^{n+1} - 10 - 9n)$ .
148.  $4^{44}$ .
149.  $a^{n-1}$  раз.
150.  $2^{2^{22}}$ .
151. 3.
153. 21.
154. Одно из решений: 123456789°.
155. 6, 7, 8, 9.
156. 2, 3, 6.
157. Двум лицам дать по два полных, по три полуполных и по три пустых, третьему — 1 полный, 5 полуполных и 2 пустых бочонка.
158. 48 или 16.
159. 9.
160. 18 патронов.
161. 20 секунд.
162. Пересыпать рис в мешок богача, затем перевернуть мешок и с этого (нижнего) конца высыпать в него рис из мешка богача. Затем перевернуть мешок и высыпать бобы в мешок богача.
163. 34, 31, 5 и 3.
164. 120 лет (число кратное 8, 5 и 3).
165. Надо учесть разницу времени, так как Красноярск и Москва находятся в различных часовых поясах.
166.  $2 \times 9 = 18$ ,  $3 \times 8 = 24$ ,  $5 \times 6 = 30$ ,  $7 \times 4 = 28$ ,  $100 : 100 = 1$ .

167. 167.

168.  $(\sqrt{\sqrt{1} + \sqrt{9} \times 5})^8$ .

169. 234.

171. Подкоренное выражение преобразовать так, чтобы оно представляло квадрат трехчлена, стоящего в правой части равенства.

172.  $1 < x < 2$ ,  $-1 < x < 0$ .

173. Если  $a + a_2 = 2$ , то  $S = n$ .

174.  $0,1^\circ$ .

175.  $x = 18 (2 - \sqrt{3})$ .

176. Будет.

177. а) 415 и 382, б) 325 и 147.

178. 32.

179. На 66%.

180. Общее снижение стоимости на 16,4%.

181. 97, 75%.

182. На 50%.

183. На 28,6%.

184. На 50%.

185. Длина морских границ 72%.

186. 31,5%.

187. На 33,3%.

188. Через 7 лет.

189. 12 км/час.

190. а) Кольца разбить на 3 группы в 25, 25 и 27. б) На чашки весов положить по 25 колец и определить, в какой гряде легкое кольцо. в) Если легкое кольцо среди 27, нужно эти 27 колец снова разложить на 3 грядки по 9. г) На чашки весов положить по 9 колец. д) Девять колец, среди которых находится легкое, снова разбить по 3 кольца на две грядки и положить на чашки весов и т. д.

Аналогично поступить и в том случае, когда легкое кольцо находится среди 25 колец.

191. 405 и 540.

192. 6, 16, 28.

193. На  $\left(a + b - \frac{ab}{100}\right)\%$ .

194. 6 дней.

195. 23.

196. Данные числа:  $(x-1) \times x \times (x+1) \times (x+2)$ .

197. 84 года.

198. 9.

199. 9.

200. 16.

201. 60, 40, 20 и 10.

202. 9 воробьев, 10 горлиц, 11 голубей.

203.  $\frac{2}{3}$ .

204.  $9\frac{1}{2}$  флорина.

205. 5, 1 и 6.

206. 28.

207. 2 часа 46 минут.

208. 15 яблок.

209. 9 км/час.

210. 139 рублей.

211. 7 лет.

212. 3 часа и 4 часа.

213. а)  $\left(\frac{333-33}{3}\right)^3$ , б)  $\left(\frac{44-4}{4}\right)^4 \cdot \frac{444-44}{4}$ ,

в)  $\left(\frac{77-7}{7}\right)^7 : \frac{77-7}{7}$ .

214.  $p^3 - p = p(p^2 - 1) = (p-1)p(p+1)$ , такое произведение крат-  
но 6.

215. 4.

216. 43, 39 и 30.

217. 4 км.

218. Задача имеет три решения:

+ 9675	+ 5782	+ 9382
+ 6185	+ 7192	+ 3152
<hr/> 15860	<hr/> 12974	<hr/> 12534

219. 60 и 75.

220.  $10^4$  автомобилей и 30 велосипедов.

221. 1 стакан кофе и  $\frac{5}{6}$  стакана молока.

222. Никакими изобретениями нельзя довести экономию топлива до 100%, так как энергия не может возникнуть «из ничего». Общая экономия топлива составляет  $71\frac{1}{8}\%$ .

223. Коля получил 8 грибов, Ваня — 12, Андрюша — 5.

224. Второй ехал быстрее первого.

225. 8, 12, 5 и 20.

226. Избранные слова имеют 6, 3, 8, 12 букв; такими словами будут: победа, мир, единство, квалификация. (Для решения задачи нужно перемножить данные равенства).

227. 12 кг.

228. Расстояние между деревнями разделить пополам и из точки деления восстановить перпендикуляр к линии, соединяющей деревни. Этот перпендикуляр при встрече с рекой и укажет искомое место для моста.

229. Единственное решение этой задачи: 2 9 2592.

230. Фамилия машиниста — Сидоров.



231. Мудрец рассуждал так: «Я вижу перед собой два колпака. Предположим, что на мне белый. Тогда второй мудрец, видя перед собой белый и черный колпаки, должен рассуждать так: «Если бы на мне был тоже белый колпак, то третий сразу бы догадался и заявил, что у него черный. Но он молчит, значит, на мне не белый, а черный». А так как второй не говорит этого, значит, на мне тоже черный».

232. Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половина которой пуста, другая полна. Мы же рассуждали так, как будто слово «полупустая» значит: половина пустой бочки, а «полуполная» — половина полной. Такое неправильное понимание и могло привести к неправильному выводу.

233.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{6}$ .

234. Первая организация получила 3000 руб., вторая — 12 000 руб.

235. 60 руб.

236. Площадь уменьшится на  $\frac{1}{100}$  часть.

237.  $120^\circ$  и  $60^\circ$ .

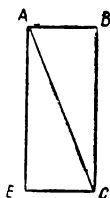
238. Высота опущенная на это основание.

239. Окружность описанная около данного треугольника.

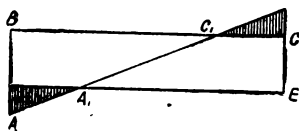
241. 43.

243. 80 дм<sup>3</sup>.

244. Надо распилить доску  $ABCE$  по диагонали  $AE$  и сдвинуть одну половину (например,  $ABC$ ) вдоль диагонали параллельно самой себе на величину  $C_1C$ , равную недостающей длине, то есть на 25 см;



общая длина двух половинок станет равной 1 м. Теперь эти половинки надо склеить по линии  $AC_1$  и излишки (заштрихованные треугольники) отпилить. Получится доска требуемых размеров, что можно доказать, рассматривая подобные треугольники.



245.  $90^\circ$ .

246. Между 3 и 13.

247.  $36\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>.

248. 5 см, 6 см и 8 см.

250. Нет.

251. Да.

252.  $60^\circ$ .

253. Нет.

254. 5 см, 7 см.

255. 4, 8 см.

257. 2,6 см и 7,8 см.

258. 48 см и 30 см.

259.  $2\sqrt{2}$  см.

260. 3 и 6.

261.  $\frac{180^\circ}{n}$ .

262. Вторая.

263.  $45^\circ$ ,  $53^\circ$ ,  $82^\circ$ .

264.  $144\sqrt{2}$  см<sup>3</sup>.

265. 8 см.

266.  $30^\circ$ .

271. Нет.

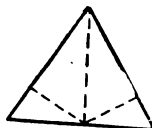
272. К произвольной прямой вставить перпендикуляр. На этом перпендикуляре от основания отложить отрезок, равный высоте. От конца этого перпендикуляра провести диагональ и т. д. •

273. 15, 20 и 25.

275.  $72^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $36^\circ$ .

277.  $90^\circ$ .

279.

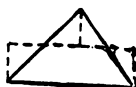


280.  $\frac{n^2 - 3n}{2}$ .

281.  $\frac{m - n}{\sin \alpha}$ .

282. Использовать формулу числа диагоналей — угольника, где число сторон многоугольника.

283.



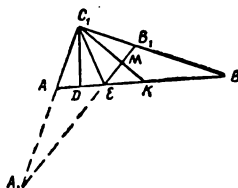
284. Указание: 1. На произвольной прямой отложить отрезок  $AB$ . 2. Радиусом  $AC$ , с центром в точке  $A$ , провести дугу, пересекающую сторону  $AB$  в точке  $D$ . 3. Радиусом  $DB$ , с центром в точке  $D$ , провести дугу, пересекающую предыдущую дугу. 4. Построить равнобедренный треугольник  $BDC$ . 5. Соединить точку  $A$  с точкой  $C$ .

285. 50.

287. Указание. Провести в окружности две равные пересекающиеся хорды  $AB$  и  $CD$ . Провести отрезки  $AC$  и  $BD$ . Доказать равенство получившихся треугольников.

288. 10.

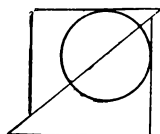
289. На стороне  $AB$  отложить отрезок  $CB_1=AC$ ,  $A_1C=AB$ .  $CD \perp AB$ ,  $CM \perp A_1B$ ,  $CK$  — медиана в  $\triangle MBC$ ,  $CD$  — медиана  $\triangle A_1C_1B_1$ .  $\triangle DCE = \triangle CEM$  и  $\angle DCE = \angle KCE$ .



290. Через данную точку провести прямые, параллельные катетам. Получившийся маленький треугольник подобен данному. Из этого подобия определяют длину катетов малого треугольника и длину искомого отрезка.

293. Воспользоваться соотношениями:  $c > a$ ,  $c > b$ ,  $a^2c > a^3$  и т. д.

294. Аналогично строится еще один диаметр.



295. 10 м.

297.  $m^2$

298.  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ .

299. Стороны треугольника можно выразить так:  $3a$ ,  $4a$  и  $5a$ . Площадь треугольника с одной стороны выразится так:  $6a^2 = 6ar$ , откуда  $r = a$ . А радиус описанной окружности равен половине гипотенузы (треугольник — прямоугольный).

300.  $\frac{m\sqrt{2}}{2 \cos\left(45^\circ - \frac{d}{2}\right)}$ .

301.  $\frac{8Q}{\pi}$ .

302. Нет.

303. Выразить площади через две стороны и синус угла между ними.

304.  $\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 - ab + b^2}$ .

305.  $\frac{2}{3} \pi h^3$ .

306. Низкая.

307. Использовать соотношение:  $a > b - c$ ,  $b > c - a$ ,  $c > a - b$ .

308. Использовать теорему синусов.

$$311. \frac{3}{4}. \quad \text{Выразить } 73^\circ = 60^\circ - 13^\circ, 47^\circ = 60^\circ - 13^\circ.$$

312. Нет.

313. Использовать квадрат стороны, лежащей против угла 120.

$$315. \frac{r^2}{6}(24\sqrt{3} - 7\pi).$$

$$316. \frac{2ab}{\sqrt{2}(a+b)}.$$

317. Построение: провести биссектрисы двух углов треугольника. На одной из них взять произвольную точку и на данную сторону опустить перпендикуляр, из этой же точки провести прямую, параллельную данной стороне, и отложить на этой прямой отрезок от взятой точки, равный удвоенной длине перпендикуляра. Через конец этого перпендикуляра и ближайшую вершину треугольника провести прямую. Точка пересечения этой прямой с одной из биссектрис будет центром одной окружности.

318. Из данных точек  $A$  и  $B$  на данную прямую опустить перпендикуляры  $AP$  и  $BK$ . Из точки  $A$  опустить перпендикуляр  $AC$  на  $BK$ . На  $AB$  отложим  $BD=BC$ . Отрезок  $AD$  разделим пополам точкой  $E$ . Отрезки  $AE$  и  $BE$  — радиусы искоемых окружностей.

$$319. \frac{ab}{2} \sin 2 \arccos \frac{t(a+b)}{ab}.$$

$$320. 1 < d < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

321. 30.

$$325. S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2.$$

$$326. \cos x = \frac{1}{4}.$$

327. Первый.

328. Первую.

329. 36 и 54.

330. 7 и 21.

$$333. x = \frac{\pi}{3}(2n - 1).$$

$$334. \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta).$$

335. 0.

$$336. \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Знаете ли вы!**

### **О логарифмах.**

Изобретателями таблиц логарифмов являются работавшие независимо один от другого шотландский любитель математики Джон Непер (1550—1617) и немецкий механик Иобаст Бюрги (1552—1632).

По совету Непера Генри Бригс (1556—1630) вычислил таблицы десятичных логарифмов от 1 до 20 000 и от 90 000 до 101 000 с 14 десятичными знаками. Влукк, голландец, завершил составление десятичных логарифмов.

В России впервые таблицы логарифмов изданы в 1703 году.

Эйлеру принадлежит определение логарифмической функции, как обратной показательной. Эйлеру же принадлежит термин «мантисса».

...Испанский математик Паоло Вальмес (1420—1498) за утверждение, что он решил уравнение четвертой степени, инквизиторами был сожжен на костре.

Известный математик Пьер Рамус (родился в 1515 г.) погиб в «Варфоломеевскую ночь» (1572 г.).

Египетская пирамида Хеопса — величайшая из пирамид. Она была построена приблизительно шесть тысяч лет назад фараоном Хеопсом. Подсчитано, что пирамида состоит из 2 300 000 обтесанных известняковых камней, весом около 2,5 тонны каждый. Общий вес пирамиды 5 750 000 тонн. Высота — 137 метров. Полагают, пирамиду Хеопса строили в течение 20 лет 100 тысяч рабов, сменявшихся через каждые три месяца.

Подсчитано, что из камней гробницы Хеопса можно было бы построить современный город с населением в 120 тысяч человек.

За время сооружения Волжской ГЭС было выполнено 148,6 миллиона кубических метров земляных работ.

Если погрузить весь этот груз в железнодорожные вагоны, то получится состав, длина которого превысит 120 тысяч километров. Этот состав мог бы трижды опоясать земной шар по экватору.

За время строительства Волжской ГЭС было уложено 5,5 миллиона кубометров бетона и железобетонных конструкций.

Железнодорожный состав, нагруженный этим бетоном, протянулся бы через всю страну, от Бреста до Владивостока.

Нептун, открытый в сентябре 1846 года, до сих пор не завершил свой первый после открытия оборот вокруг Солнца. Это произойдет лишь в 2011 году.

## **МАТЕРИАЛ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ХУДОЖЕСТВЕННОЙ ЧАСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЕЧЕРА**

Для художественной самостоятельности можно рекомендовать инсценировки:

1. «Репетитор» по рассказу Чехова.
2. «Трудная задача» по книге Носова «Витя Малеев в школе и дома».
3. «Как Митрофанушка учит арифметику» из комедии Фонвизина «Недоросль».

---

### **СЧИТАЛОЧКА.**

Раз, два, три, четыре, пять,  
Шесть, семь, восемь, девять, десять.  
Можно все пересчитать,  
Сосчитать, измерить, взвесить...  
Сколько зерен в помидоре,  
Сколько лодочек на море,  
Сколько в комнате дверей,  
В переулке фонарей,  
Сколько камня на горе,  
Сколько кошек во дворе.  
Раз, два, три, четыре, пять,  
Шесть, семь, восемь, девять, десять.  
Можно все пересчитать,  
Сосчитать, измерить, взвесить...  
Сколько в комнате углов,  
Сколько ног у воробьев,  
Сколько пальцев на руках,  
Сколько пальцев на ногах,  
Сколько в садике скамеек,  
Сколько в пяточке копеек.

*Дыховичный, Слободской*

Мы решили неуклонно  
Нашу память развивать,  
Адреса и телефоны  
Никогда не забывать.  
Это глупо, это сложно —  
Над записками сидеть.  
Надо просто, если можно,  
Мнемотехникой владеть.  
Независим от блокнота,  
Не берешь карандаша...  
Есть для памяти работа,  
Если память хороша!  
Мы решили так. И вдруг  
Нас встречает старый друг,  
Заявляет с ходу он:  
— Мне сменили телефон.  
Вам не трудно записать?  
5—15—45!

Мы минуту посчитали  
И записывать не стали:  
Так запомним. Надо взять  
За основу цифру пять.  
Чтоб найти число второе,  
Надо пять умножить втрое,  
А для третьего опять  
Втрое множить трижды пять.  
Ошибиться мы не можем.  
Перемножим! Подытожим —  
Даже нечего считать:  
5—15—45.

Способ выверен на деле,  
Но проходит две недели.  
Где наш друг? Скучает он.  
Вспоминаем телефон:  
Чтоб найти число второе,  
Надо первое взять втрое.  
А для третьего опять  
И второе втрое взять...  
Но не можем, как назло,  
Вспомнить первое число!

Может, тройка? Безусловно!  
Тройка втрое — девять ровно.  
Дальше девять на три множим,  
Ошибиться мы не можем,  
Метод наш доступен всем  
3—09—27!

Зря не тратили старания,  
Способ наш запоминания  
Всем хорош — одна беда:  
Позвонили не туда!  
Мы ошиблись, но не шибко —  
В первой цифре вся ошибка.  
Надо брать не три, а два,  
Двойку надо брать сперва.  
Взяли двойку. Номер есть!  
Набираем 2—06—18!  
Способ точен,  
Этому мы рады очень.  
Дозвонились без труда,  
Но, к несчастью, не туда!  
— Что ж вы, братцы, не звоните? —  
Говорит при встрече друг.  
— Ах, простите, извините,  
Телефон забыли вдруг!  
— Где же ваш метод дедуктивный?  
5—15—45!

Запишите! Примитивный  
Этот способ — записать...  
Пять, мы знаем, возраст Вовы.  
Вова — отпрыск дяди Левы.  
Дяде Леве двадцать пять.  
Применяем способ новый,  
Нам с роднею повезло,—  
Значит: возраст дяди Левы  
Минус дважды возраст Вовы —  
Есть искомое число!  
С третьей цифрой много проще:  
Годовщина свадьбы тещи.  
Плюс невеста, минус зять —  
Будет ровно сорок пять!  
Способ выверен на деле.  
Но проходит три недели!  
Где наш друг? Скучает он.  
Вспоминаем телефон.



Значит так: сначала Вова.  
Вове сколько? Вове шесть!  
Взяли Вову за основу,  
Вова есть — начало есть!  
Нужен для числа второго,  
Чтобы был ответ готов,  
Троекратный дядя Лева.  
Минус дважды взятый Вова.  
Сумма Львов без суммы Вов!  
Нет, не так! Назад ни пяди!  
Подойдем к ответу вплоть!..  
Нам нужны три полудяди,  
Минус шесть полуволодь...  
Или метод сложен, или  
Им владеем не вполне.  
Словом, мы не без усилий  
К третьей цифре приступили,  
Трудно путаясь в родне:  
Шестью восемь — сорок восемь,  
Тетю пишем, дядю сносим,  
Делим дядю со свекровью,  
Получаем тещу с дробью,  
Дед плюсуется к куме,  
Зять в остатке, кум в уме!  
Извлечем из свекра корень  
И (лиха беда — почин)  
Результат имеем вскоре:  
6—13—101!  
Способ верный и толковый,  
Только есть одна беда —  
То, что номера такого  
Не бывает никогда.  
Мы встречаем друга снова.  
Не сказав худого слова,  
Он нас просит записать  
5—15—45.  
— Это так обыкновенно!  
Мы нашли другую нить,  
Мы решили вдохновенно  
Эти строки сочинить,  
Чтоб на тему телефона  
Получился фельетон,  
И чтоб в ходе фельетона  
Нам запомнить телефон.  
Можем мы спокойно спать —  
5—15—45!

## КВАДРАТУРА КРУГА

*Вадим Рабинович*

И тайна не давалась, скрыта круто...  
И кровь стучала у седых висков.  
О, где решение квадратуры круга?!  
Его искали множество веков.  
А тайна на поверхности лежала,  
Своею очевидностью маня,  
Она своих Колумбов ожидала,  
А может быть, она ждала меня.  
И пусть не я. Пусть мне пока что трудно...  
Другой откроет квадратуру круга.  
Но не исчерпать тайн земного шара:  
За мной осталась кубатура шара.

## ДИМКА-НЕВИДИМКА

*Стихотворение из пьесы В. Королева и М. Львовского*

Чтобы в небо взлететь,	Почему корабли
Корабли водить,	Не садятся на мель,
Надо многое знать,	А по курсу идут
Надо много уметь,	Сквозь туман и метель?
И при этом, и при этом	Потому что, потому что,
Заметь-те-ка	Вы заметь-те-ка,
Важная наука	Капитанам помогает
Ариф-ме-ти-ка!	Ариф-ме-ти-ка.

Чтоб врачом, моряком  
Или летчиком стать,  
Надо прежде всего  
Арифметику знать.  
А на свете нет профессии,  
Вы заметь-те-ка,  
Где бы нам не пригодилась  
Ариф-ме-ти-ка.

## ПАРАЛЛЕЛИ

Идут две параллели.	Близки и неразлучны,
Откуда и куда?	И стали уставать,
Быть может, что у цели	Но рядом плыть до гроба,
Не быть им никогда.	Куда судьба ведет.
Два странника все бродят,	Решили друга оба
Им вечно быть двоим.	И твердо шли вперед,

И вот года проходят,  
Ряд долгих лет и зим.  
Быть рядом неотлучно,  
Видать да не достать.

Придут ли в бесконечность  
И будет ли дано,  
Хоть погрузившись  
в вечность  
Двум слиться им в одно?

## НУЛЬ

*В. Фирсов*

Когда-то многие считали,  
Что ноль не значит ничего  
И, как ни странно, полагали,  
Что ноль совсем не есть число.  
Но, на оси, среди прочих чисел,  
Он все же место получил  
И все действительные числа  
На два разряда разделил.  
Ноль ни в один из них не входит,  
Он сам составил чисел класс.  
О всех его особых свойствах  
Мы поведем сейчас рассказ.  
Коль ноль к числу ты прибавляешь  
Иль отнимаешь от него,  
В ответе тотчас получаешь  
Опять то самое число.  
Попав как множитель, среди чисел,  
Он сводит мигом всех на нет  
И потому в произведеньи  
Один за всех несет ответ.  
А относительно деленья,  
Во-первых, нужно помнить то,  
Что уж давно в научном мире  
Делить на ноль запрещено.  
Причина всем ведь очевидна,  
А состоит причина в том,  
Что смысла нет в таком делении,  
Противоречье в нем самом.  
И впрямь, какое из известных  
Число за частное нам взять,  
Когда с нулем в произведеньи  
Все числа ноль лишь могут дать.  
«А» в нулевой есть единица,  
Так все условились считать.  
И глубоко бы тот ошибся,  
Кто б это вздумал доказать.

Всем логарифм нуля известен  
Как хитроумное число,  
Попав лишь в «минус бесконечность»,  
Не может там найти его.

### ТРЕУГОЛЬНИК И КВАДРАТ

Жили-были два брата:  
Треугольник с квадратом.  
Старший — квадратный,  
Добродушный, приятный.  
Младший — треугольный,  
Вечно недовольный.  
Стал расспрашивать квадрат:  
«Почему ты злишься, брат?»  
Тот кричит ему: «Смотри,  
Ты полней меня и шире.  
У меня углов лишь три,  
У тебя их все четыре».  
Но квадрат ответил: «Брат!  
Я же старше, я — квадрат».  
И сказал еще нежней:  
«Неизвестно, кто нужней!»  
Но настала ночь, и к брату,  
Натыкаясь на столы,  
Младший лезет воровато  
Срезать старшему углы.  
Уходя сказал: «Приятных  
Я тебе желаю снов!  
Спать ложился — был квадратом,  
А проснешься без углов!»  
Но наутро младший брат  
Страшной мести был не рад:  
Поглядел он — нет квадрата...  
Онемел... стоял без слов...  
Вот так месть! Теперь у брата  
Восемь новеньких углов!

Три предыдущих стихотворения взяты из книги В. Литцмана «Веселое и занимательное о числах и фигурах».

### К Н. И. ЛОБАЧЕВСКОМУ

*В. Фирсов*

Высокий лоб, нахмуренные брови.  
В холодной бронзе — отраженный луч...

Но даже неподвижный и суровый,  
 Он, как живой, спокоен и могуч.  
 Когда-то здесь, на площади широкой,  
 На этой вот Казанской мостовой,  
 Задумчивый, неторопливый, строгий,  
 Он шел на лекции — великий и живой.  
 Пусть новых линий не начертят руки,—  
 Он здесь стоит, взнесенный высоко,  
 Как утверждение бессмертья своего,  
 Как вечный символ торжества науки.

## ЖИВАЯ ГЕОМЕТРИЯ

*М. Романенко*

Пьеса в одном действии

Действующие лица:

Ведущий

Шура — ученик 7-го класса.

Валя — его товарищ по школе.

Геометрические образы:

Точка.

Прямой угол.

Тупой угол.

Острый угол.

Развернутый угол.

Смежные углы: 1-й и 2-й.

Геометрические фигуры:

Прямоугольный треугольник.

Остроугольный треугольник.

Тупоугольный треугольник.

Равнобедренный треугольник.

Равносторонний треугольник.

Квадрат.

Ромб.

Параллелограмм.

Трапеция (равнобокая).

Многоугольник.

Окружность.

Прочие персонажи:

1-я пятерка.

2-я пятерка.

3-я пятерка.

1-я клякса.

2-я клякса.

1-я двойка.

2-я двойка.

Подсказка.

Перед занавесом. На авансцену выходит ведущий.

В е д у щ и й. Итак, друзья, начинаем наш спектакль, который мы назвали «Живая геометрия». Вы увидите на сцене события удивительные, необычайные. Не буду останавливаться на подробностях, скажу только, что в пьесе рассказывается об одном школьнике, ученике 7-го класса Шуре Удальцове, который... чем-то очень напоминает мне некоторых наших учеников. А чем именно, я думаю, вы сами догадаетесь. *(Уходит.)*

З а н а в е с открывается.

Комната в доме Шуры Удальцова. Стол, несколько стульев, этажерка, часы.

Входит Ш у р а.

Ш у р а *(взглянув на часы)*. О, уже девятый час!.. Заняться уроками, что ли? *(Берет портфель.)* В школе советуют готовить уроки, начиная с самого трудного, но очень не хочется геометрией заниматься. *(Достает из портфеля учебник геометрии. Учебник растрепан; многие страницы его покрыты грязными и чернильными пятнами.)* Да... Учебник мой чуть истрепался, надо бы купить новый. *(Раскрывает книгу и тетрадь, приготовляясь писать. Стук в дверь.)* Кто там?

Входит В а л я.

В а л я. Ты что, всё еще уроки не сделал?

Ш у р а. Сам видишь.

В а л я. Странно.

Ш у р а. Ничего странного. Я в кино ходил. Вот уроки сейчас сделаю, а потом...

В а л я. Так зачем же звал? *(Смотрит на часы.)* Уже скоро половина девятого.

Ш у р а. Так я же не знал, что в кино пойду.

В а л я. Очень плохо, что не знал. *(Идет к двери.)*

Ш у р а. Валя, ну как тебе не стыдно! Посиди.

В а л я. Нет, я лучше пойду.

Ш у р а. Валя! Я тебя прошу — посиди... Ну, посиди несколько минут. *(Дает книгу.)* Читай эту книжку. Хорошая... *(Усаживает Валю. Валя берет книгу, перелистывает ее.)* Нам ведь немного задано. Я быстро... *(Садится за стол и задумывается.)* Валя!

В а л я. А?

Ш у р а. Ты знаешь, какой интересный фильм я видел!..

В а л я. Делай скорее уроки.

Ш у р а. Что ты меня подгоняешь! Когда сделаю, тогда и сделаю.

В а л я (*подходя к нему*). Что это у тебя за фигура нарисована?

Ш у р а. Прямоугольник, разве не видишь?

В а л я. Какой же это прямоугольник? У прямоугольника все углы прямые. А у тебя что?

Ш у р а. Ладно, не придирайся. Садись и читай книгу. (*Валя, махнув рукой, отходит в сторону.*) Не мешай мне делать уроки... (*Опускает перо в чернильницу и, торопясь, пишет.*) Ох, какая жирная!

В а л я (*отрываясь от книги*). Кто жирная?

Ш у р а. Кляксу из-за тебя посадил... Скорей да скорей... (*Пауза.*) Как же теперь быть? (*Вале.*) Ты же видишь, я стараюсь... но у меня ничего не получается. А тут еще эта клякса! Никак не могу пустякового чертежа сделать. Обидно даже.

В а л я. Ты просто устал. Давай я тебе помогу.

Ш у р а (*с иронией*). Ты?

В а л я. Да. А что?

Ш у р а. Ничего. Можешь не беспокоиться. Сам справлюсь.

В а л я. Пожалуйста. Только, по-моему, можно было бы более вежливо ответить. (*Быстро уходит.*)

Ш у р а. Валя! Валя!.. (*Бежит за ним и возвращается.*) Ушел... Вот досада! И зачем я его обидел? Разве он виноват, что у меня дело не ладится? (*Смотрит на часы.*) Девять часов. Ничего не поделаешь, надо заниматься. (*Просматривает учебник.*) Сколько всего пропустил, что даже не знаю, с чего и начинать... (*Задумывается.*) Вот бы Валю спросить... Неужели он сердится? Постучать ему разве? (*Решительно.*) Постучу. (*Стучит в стену, зовет.*) Никого нет. Наверное, один пошел гулять. (*Нехотя садится за стол.*) С чего же начать? Что-то спать хочется... А что, если утром заняться? Ой нет, нет, завтра обязательно по геометрии и по физике спросят. По физике — пустяки, а вот по геометрии — страшно. (*Склонившись над учебником, шепчет.*) Сумма внутренних углов треугольника равна двум  $d$ ... Обязательно спросят... обязательно... (*Голова Шуры склоняется, он засыпает.*)

З а н а в е с закрывается.

Перед занавесом появляется ведущий.

В е д у щ и й. Шура заснул... И вы знаете, что ему приснилось? Ни за что не догадаетесь! Он увидел... Впрочем, вы это сами сейчас увидите. Тише... Тише... Только бы не разбудить его! (*Уходит.*)

Занавес открывается.

Та же обстановка, но в глубине комнаты появился большой щит — «Учебник геометрии». Около него Многоугольник, Равнобедренный и Прямоугольный треугольники.

Равнобедренный. Наконец-то я освободился от противной кляксы, которая сидела в течение года на моей вершине, на двадцать третьей странице. Теперь я этого не допущу!.. Вы меня извините, дорогой Многоугольник, но, находясь на очень измятой странице, я обеспокоен, могу ли я после всех этих испытаний называться равнобедренным?

Многоугольник. Проверим. *(Снимает со стены циркуль и измеряет две стороны треугольника.)* Все в порядке. Наши боковые стороны абсолютно равны, так что вы спокойно можете называться Равнобедренным.



Равнобедренный. Какое счастье!

Многоугольник. Смеем вас заверить, друзья, что к старому не может быть возврата.

Прямоугольный. Как вы ни говорите, но я не чувствую себя в безопасности.

Многоугольник. Вы, уважаемый, как я вижу, заботитесь о себе больше, чем все ваши братья.

Прямоугольный. Так ведь я имею на это право. Разве вы не знаете, что квадрат моей гипотенузы равен сумме квадратов моих катетов?

Все почтительно склоняют головы. Из учебника выходят Остроугольный и Равносторонний треугольники.

Прямоугольный. А известны ли вам признаки равенства прямоугольных треугольников?



Многоугольник (*перебивая*). Прошу простить меня, Прямоугольный друг мой. Мы с удовольствием слушаем рассказ о ваших достоинствах, но в другой раз... (*Вновь пришедшим.*) Просим к столу. Сейчас откроем наше совещание. (*Появляются смежные углы.*) Садитесь и вы...

Смежные углы (*говорят вместе*). Где нам сесть?

Многоугольник. Один из вас сядет сюда, а другой...

Смежные углы (*вместе*). Мы можем быть только вместе. (*Равнобедренному треугольнику.*) Пересядьте, пожалуйста.

Остроугольный. Что за капризы!

Смежные углы (*вместе*). Как вы можете так говорить?.. Ведь мы смежные углы!

1-й смежный угол. Это я (*показывает на себя*) — острый угол...

2-й смежный угол. А это я — тупой угол (*показывает*).

Равнобедренный. Что ж из этого?

1-й смежный угол. А то, что одна наша сторона (*показывает*) общая. Мы неотделимы друг от друга.

2-й смежный угол. Две другие наши стороны составляют продолжение одна другой.

Равносторонний. Причина вполне уважительная, надо их посадить вместе.

Из учебника выходят Развернутый, Острый, Тупой и Прямой углы, Тупоугольный треугольник, Ромб и Окружность.

Развернутый угол (*смежным углом*). Разрешите мне присоединиться к вам. Я как-никак не отстаю от вас, я тоже имею 180 градусов.

1-й смежный угол. Мы всегда готовы с вами дружить, уважаемый Развернутый угол.

(*Равнобедренный треугольник пересел к Равностороннему треугольнику.*)

Равносторонний. Ну вот и мы вместе. (*Прямо-му углу.*) Согласитесь, что трудно отличить, кто из нас Равнобедренный, а кто Равносторонний.



Равнобедренный. Положим, ясно видно, что ты Равносторонний. У тебя, брат, все стороны равны, а у меня только две. Впрочем, мне это даже больше нравится.

Острый угол (*Многоугольнику*). Вы знаете, Шура удлинил мои стороны.

Многоугольник. И что же?

Острый угол. Как что? Я всегда гордился своим изяществом как один из меньших углов, а теперь мои стороны вытянулись, и я стал огромным, нескладным углом.

Тупой угол. Мой милый меньшой брат, какой ты невежда! Мы с тобой, как и все наши братья-углы, никогда не увеличиваемся от удлинения сторон.

Острый угол (*наивно*). А от чего же мы увеличиваемся?

Тупой угол. Как же ты можешь этого не знать?

Острый угол. Не знаю.

Тупой угол. Мы увеличиваемся, когда наши стороны раздвигаются. Чем больше они раздвинутся, тем мы больше; чем меньше — тем и мы меньше.

Острый угол. Это надо проверить.

Окружность (*выдвигаясь вперед*). Могу помочь.

Острый угол. Как это?

Окружность. Я — Окружность.

Острый угол (*оглядываясь*). Ах, это вы, Окружность!.. Я вас не заметил.

Окружность. Странно... Я могу обидеться. Один из величайших математиков древности — Архимед — отнесся ко мне гораздо более внимательно: он рассчитал, что я больше своего диаметра в три и одну седьмую раза.

Острый угол. Я не хотел вас обидеть.

Окружность. Очень хорошо, если это так.

Острый угол. Но чем вы можете мне помочь?

Окружность. Очень давно, как вам известно, меня разделили на 360 равных частей и назвали их градусами. С тех пор ими измеряют все углы... С моей помощью даже инструмент один сделали, и называется он... Вы знаете как?



Острый угол. Забыл... Как же быть? (*Подумав, радостно.*) Транспортир! Транспортир!

Окружность. Верно. Вот что значит подумать, а не струсить перед вопросом. (*Снимает со стены транспортир.*) Итак, я беру транспортир и проверяю вас обоих. (*Измеряет углы, потом обращается к Острому углу.*) В тебе 10 градусов, ты мальчишка, а твой брат имеет 120 градусов — он великан. Понял?

Острый угол. Понял. (*Подумав.*) А можно задать вам вопрос?

Окружность. Пожалуйста.

Острый угол. Я знаю, что если моя вершина в центре круга, я измеряюсь дугой, на которую опираюсь своими сторонами.

Окружность. Совершенно точно.

Острый угол. А когда моя вершина внутри круга, но не в центре его, чем я измеряюсь?

Окружность. Когда вершина твоя внутри круга, но не в центре, ты измеряешься полусуммой дуг, заключенных между твоими сторонами и их продолжениями.

Равносторонний. А ведь бывает, что угол образован двумя хордами, исходящими из одной точки окружности. Тогда как?

Окружность. Такой угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Острый угол. И тогда меня зовут вписанным... Правильно?

Окружность. Верно.

Острый угол. Понял. Все понял. Спасибо... Значит, я могу быть спокоен.

Тупой угол. Конечно.

Многоугольник. Тише... Мы отвлеклись. (*Из учебника выходят Параллелограмм, Квадрат, Трапеция и Точка.*) Сейчас, когда собралось большинство наших братьев по учебнику, мы можем открыть собрание для разрешения одного очень важного вопроса.

Трапеция. Что здесь такое? Собрание?

Прямой угол. Да, собрание. Проходите сюда, пожалуйста.

Многоугольник. Прошу всех занять места. (*Все садятся.*) Для ведения собрания нам необходимо избрать председателя.

Остроугольный. Я предлагаю избрать председателем Точку. Точка является старшей среди нас. Вам из-

вестно, что каждая линия есть движение нашей многоуважаемой Точки. Я думаю, не будет возражений? (*Аплодисменты.*)

Точка (*заняв председательское место*). Я считаю, что всем нам необходимо сегодня высказаться. (*Параллелограмму.*) Вы хотите взять слово? Пожалуйста.

Параллелограмм. Я лично хочу лишь быть уверенным в том, что Шура будет чертить мои стороны попарно равными.

Квадрат. Притом они еще у вас и попарно параллельны.

Параллелограмм. Да, конечно... Во мне всегда противоположные стороны равны, и сумма углов, прилежающих к одной стороне (*показывает*), равна двум  $d$ .

Ромб (*язвительно*). Да, но вы не имеете осевой симметрии.

Параллелограмм. Ну что ж из этого! Гордитесь, что вы имеете их даже две.

Ромб. Есть чем гордиться!.. Квадрат имеет их вдвое больше.

Прямой угол. Позвольте, дорогой Параллелограмм, но вы и меня не имеете!

Параллелограмм (*повернувшись в сторону говорящего*). Ах, это вы, Прямой угол! Вы мне совсем не нужны.

Прямой угол (*обиженно*). Как не нужен?

Параллелограмм. Не нужны. И потом, почему вы в претензии именно ко мне. Обратитесь с этим вопросом к Ромбу.

Ромб. Что верно, то верно. Я действительно незнаком ни с одним из прямых углов.

Прямой угол. Э-э, нет! Насколько мне известно, ваши диагонали, пересекаясь, знакомятся сразу с четырьмя моими братьями.

Ромб. В самом деле, я об этом забыл.

Прямой угол. Странная забывчивость.

Трапеция (*всем*). По-моему, вы затеяли совершенно никчемный спор. Задача нашего собрания совсем не в том, чтобы определить, кто из нас какие имеет углы!.. Мои друзья, трапеции имеют иногда два прямых угла и зовутся прямоугольными. Но я чувствую себя нисколько не хуже их, хотя являюсь только равнобокой и не имею ни одного прямого угла.

Точка. Совершенно справедливо. Мы уклонились от

решения одного очень важного вопроса. Параллелограмм выразил сомнение: учел ли Шура свои ошибки и не будет ли все по-старому, когда мы вернемся в учебник?

Ромб. Разрешите слово!

Точка. Пожалуйста.

Ромб. Я думаю, что нужно пригласить Шуру на наше собрание и по-серьезному поставить перед ним вопрос об его дальнейшем отношении к геометрии. *(Берет с полки тетрадь. Тетрадь должна быть больше обычной, иначе не будут видны из зала изображенные на ее страницах фигуры.)* Взгляните на этот чертеж. Как вы думаете, что это такое?.. Представьте себе — это Шура чертил тупоугольный треугольник!

Тупоугольный. Меня? А это что? *(Показывает.)* Высоты?

Ромб. Вы не ошиблись.

Тупоугольный. Как же так?.. Три высоты у меня пересекаются, как у всех моих собратьев, в одной точке. *(Треугольникам.)* Правильно ли я говорю?

Голоса. Верно! Мы подтверждаем это!

Тупоугольный. Но мои высоты пересекаются не внутри, как это изображено здесь *(показывает на тетрадь)*, а вне меня. Это же можно доказать!

Ромб. Успокойтесь, мы вам верим. *(Перевертывает страницу тетради.)* А этот чертеж касается вас, уважаемый Параллелограмм.

Параллелограмм. Безобразие!.. На кого я здесь похож? Это карикатура! Шура совершенно не может построить меня по основанию и диагоналям!

Ромб. Дело не в этом. Я не хочу занимать вашего внимания просматриванием этой тетради. Я настойчиво предлагаю пригласить Шуру на наше собрание.

Равносторонний. Дайте мне слово!

Точка. Подождите...

Шумный спор фигур. Занавес закрывается.

Нарастающий шум голосов. Шура в волнении ходит перед занавесом, как бы перед дверью комнаты.

Шура *(прислушиваясь к голосам, шепчет)*. Неужели они не простят меня?

Пробегают кляксы, двойки и Подсказка.

Они беседуют, не замечая Шуры.

1-я клякса. Они не имеют права нас прогонять!

2-я двойка. Идемте к Шуре. Он наш друг.

Подсказка *(увидев Шуру)*. Да вот и он!..



2-я клякса (*подбегая*). Шура, мы очень рады, что ты здесь... Ты, конечно, поможешь нам... Нас прогнали из учебника.

Шура. И правильно сделали. Зачем вы пришли? Уходите!

Подсказка. Как, и ты против нас?

Шура (*двойкам*). А вам что нужно?.. Вы, как

всегда, явились позлорадствовать?..

1-я двойка. Что за странное обращение? Никогда ты нас так не принимал.

2-я двойка. Возмутительно!

Шура. Уходите прочь!.. Уходите!

2-я клякса. Уж не забыл ли ты, как, размазав меня на обложке своей противной геометрии, ты сделал из меня солнце и, довольный, гордился мною перед своими друзьями?

1-я клякса. А я... я помогала тебе, неблагодарный. Ты посадил меня, как помню сейчас, на сорок четвертую страницу; там была, если не ошибаюсь, теорема об углах с перпендикулярными сторонами. Ты не знал, что углы соответственно перпендикулярными сторонами равны или в сумме составляют два  $d$ . На другой день, показав меня учительнице, ты смог оправдаться, не выучив этой теоремы.

Шура. Уходите!.. Я очень плохо делал, что дружил с вами.

2-я клякса. Вы слышите, что он говорит?

Подсказка (*тихо 2-й кляксе*). Мы ему за это отомстим.

1-я клякса. Неблагодарный!

Шура. Ваша помощь так же хороша, как помощь Подсказки.

Подсказка (*1-й кляксе*). Как?.. Он и меня оскорбляет? Это возмутительно!..

Шура. Как вы мне помогали? В одном случае отговориться, в другом — оправдаться. Я плохо учился, потому что доверял вам. (*1-й кляксе*.) Однажды я не выучил теорему, сославшись на вашу помощь, а на другой день мне все-таки нужно было выучить ее. Но вы так крепко

сели на страницу, что я ничем не мог вас счистить. Из-за этого я до сих пор той теоремы не знаю.

1-я клякса. Ты не хочешь нас уважать? В таком случае мы уйдем к другим!

Голоса двоек и клякс. Уйдем!.. Конечно! Немедленно уйдем.

Шура. Вы, наверное, думаете, что все вас ждут не дождутся?... Ошибаетесь! (*Прогоняет возмущенных двоек, клякс и Подсказку. В волнении ходит по авансцене, прислушиваясь к шуму голосов за занавесом*). Обсуждают... Нет, я должен решиться.

Голос точки. Есть еще желающие выступить?

Шура (*громко*). Есть!

Голос точки. Кто?

Шура (*решительно*). Я!.. (*Проходит в прорезь занавеса.*)

Занавес открывается.

Голоса. Шура! Что-то он скажет! Любопытно!

Шура. Я первый раз выступаю в столь необычайной обстановке. Трудно сознаваться в ошибках, но, как говорится, если ты не признаешь своей ошибки, значит, делаешь вторую. Я прошу прощения за мои тетради и учебники. Я представляю себе, как было стыдно за меня треугольникам, когда я забыл вчера, что сумма всех их углов равна 180 градусам или двум прямым углам. Или, например, когда я спутал квадрат с прямоугольником.

Параллелограмм. А теперь не путаешь?

Шура. Конечно, нет! У квадрата все стороны равны, а у прямоугольника нет. Одна пара сторон меньшего размера, другая — большего.

Трапедия. Молодчина!

Квадрат. А что же смущало тебя?

Шура. А то, что только у вас двоих все углы прямые.

Квадрат. А что ты знаешь о наших диагоналях?

Шура. У каждого из вас обе диагонали одинакового размера.

Смех фигур.

Квадрат. А под каким углом они пересекаются?

Шура (*вспомнив*). Только у вас и у Ромба диагонали пересекаются.

Прямой угол (*перебивая*). Под прямым углом.

Шура. Совершенно справедливо.

Квадрат. Поразительно!.. Я удивлен, как сумел ты все это усвоить!

Шура. Мне помогли товарищи из нашего класса. Особенно мой друг Валя.

Квадрат. Хорошо!.. Настоящие товарищи.

Многоугольник. Разрешите мне вопрос?

Прямой угол. И мне.

Точка. Пожалуйста. Только по очереди.

Многоугольник. Скажи, Шура, если разделить меня диагоналями, сколько получится из меня треугольников?

Шура (*подумав*). Нужно сосчитать число ваших сторон. (*Считает*). Шесть, семь, восемь; без двух — это будет шесть... Шесть треугольников.

Многоугольник. Верно. А сколько во мне диагоналей?

Шура. Вы — Многоугольник. Число ваших диагоналей равно числу сторон без трех. (*Сосчитав стороны*.) У вас пять диагоналей.

Многоугольник (*аплодирует*). Bravo, bravo!.. А чему будет равна сумма моих внутренних углов?

Точка (*Многоугольнику*). У вас слишком много вопросов.

Шура. Ничего, я отвечу. Сумма ваших внутренних углов равна двум прямым углам, умноженным на число сторон без двух.

Многоугольник. А...

Точка. Позвольте, вы здесь не один.

Многоугольник. Извините. Но меня поражают его знания!

Трапедия. Вы подумайте только, он прекрасно знает весь материал! (*Шуре*.) Я думаю, ты узнаешь меня?

Шура. Еще бы! Вы — Трапедия!

Трапедия. Так... Что же ты можешь сказать о моей средней линии?

Шура. Ваша средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме.

Голоса. Великолепно! Великолепно! Такие знания достойны пятерки! Мы можем спокойно вернуться в учебник.

Вбегают пятерки.

1-я пятерка. Мы слышали!..

2-я пятерка. Вы нас звали?

1-я пятерка. Мы на зов ваш прибежали!

2-я пятерка. Каков будет ваш ответ?

3-я пятерка. Мы ослышались иль нет?



Шура (*бросаясь им навстречу*). Милые пятерочки! Я рад, что вы, наконец, пришли ко мне. (*Всем.*) Друзья! Как я рад вам!

Внезапно гаснет свет. Когда спустя некоторое время свет зажигается вновь, в комнате, кроме Шуры, никого нет. Фигуры исчезли, нет и большого щита-учебника. Шура спит, сидя за столом, в той же самой позе, в какой мы его оставили в начале действия.

Шура (*бормочет во сне*). Дорогой Квадрат, прости-те... Простите, пожалуйста...

Стук в дверь. Шура спит. Стук повторяется.

В дверь просовывается голова Вали.

В а л я (*удивленно*). Спит!..

Валя осторожно входит, подкрадывается к Шуре, но задевает стул. Шура просыпается.

Шура (*вскочив*). Что?.. А?.. Это ты, Валя?

В а л я. Я... А ты что же, спишь?

Шура. Ты знаешь, какой я замечательный сон видел!.. Необычайный сон! Я во сне отвечал на все вопросы. Без запинки!.. Веришь?

В а л я. На какие вопросы?

Шура. На все!.. Как приятно, когда можешь без запинки отвечать! Я теперь твердо решил, что буду усердно заниматься.

В а л я. Что это ты как-то вдруг...

Шура. Не вдруг. Я долго-долго думал об этом. Ты даже не знаешь, как долго. Я потом тебе все расскажу. (*Берет со стола учебник геометрии.*) Ты не представляешь, с каким удовольствием я займусь сейчас геометрией!

В а л я. Геометрией?

Шура. Да, геометрией!.. Удивляешься? Я теперь ее очень люблю.

В а л я. Любишь?.. Серьезно?..

Шура. Люблю.

В а л я. Не верится.

Шура. Я добьюсь, что мне всегда и во всем будут верить. Я же дал слово исправиться. И исправлюсь! Я хочу быть отличником. И буду. Честное пионерское!..

З а н а в е с.



## Советы постановщикам пьесы «Живая геометрия»

Эта пьеса может быть включена в программу вечера занимательной математики или показана на сборе пионеров-семиклассников. Участвовать в пьесе может почти весь отряд (25—30 человек).

Данный вариант пьесы использован для мальчиков, но пьеса может быть сделана и для девочек.

Костюмом каждому исполнителю может служить его ученическое платье со специальным щитком на груди — картонным или фанерным. На щитках изображения тех или иных геометрических образов и фигур. Величина всего щитка с геометрическим изображением в среднем  $30 \times 35$  сантиметров. Он укрепляется на груди при помощи двух пар ленточек.

Изображения геометрических фигур и образов на щитках должны быть сделаны крупно и четко так, чтобы зрители без труда могли их различать. Исполнители этих ролей могут иметь белые конусообразные шапочки-колпачки. Высота колпачка не более 8—10 сантиметров, диаметр основания 10—15 сантиметров. Колпачки надеваются слегка набок и подвязываются на голове узкими ленточками.

«Пятерки» и «Двойки» носят на груди вырезанные цифровые значки. Исполнители этих ролей, а также ролей «Подсказки» и «Клякс» должны в своем поведении на сцене (манера речи, жесты, движения) подчеркивать характер изображаемого ими персонажа. «Кляксам» нужен нагрудный щиток в форме кляксы.

Для спектакля необходимы бутафорские (т. е. искусственно сделанные для сцены) учебник геометрии с кляксой на нем, тетрадь, циркуль, транспортир — все сильно увеличенного размера.

В сцене собрания геометрических фигур и образов используется щит, представляющий собою обложку учебника геометрии. Сделать этот щит можно из картона, фанеры или склеенной в несколько слоев окрашенной газетной бумаги.

Щит укрепляется на деревянной раме. Высота щита 144—155 сантиметров, ширина 90—100 сантиметров. Щит ставится в глубине сцены перед прорезом задника. Геометрические фигуры и образы будут выходить из-за щита, как бы исходя со страниц книги.

Общий план оформления сцены рекомендуется разработать по своему усмотрению.

## СТЕПЕНЬ

Много лет прослужила Единица без единого замечания, и нужно же было как-то отметить ее заслуги!

Поэтому Единицу решили возвести в степень.

Сначала возвели во вторую степень. Думали этим и ограничиться, — но опять Единица служит прилежно, а замечание — хоть бы одно!

Возвели Единицу в третью степень. И опять ни одного замечания. Возвели в четвертую. Ни одного замечания! Подумать только!

Возвели в пятую степень, в шестую, в десятую, в сотую. Нет замечаний!

Далеко пошла Единица. Теперь она — Единица в тысячной степени.

А что изменилось от этого? Ничего — ровным счетом. Ведь Единица в тысячной степени — та же Единица.

И на тысячную долю не больше!

## ПРОСТАЯ ДРОБЬ

У Числителя и Знаменателя — вечные дразги. Никак не поймешь, кто из них прав. Числитель толкует одно, а Знаменатель перетолковывает по-своему.

Числитель говорит: — У меня положение выше, почему же я меньше Знаменателя?

А Знаменатель свое: — Я-то числом побольше, с какой же стати мне ниже Числителя стоять?

Поди, рассуди их, попробуй!

И ведь, что вы думаете, — была такая попытка. Целое Число, которому надоело это брызжание, сказало им напрямик:

— Склочники несчастные, чего вы не поделили? В то время, когда у нас столько нерешенных задач, столько прекрасных примеров...

— Тебе, Целому, хорошо, — проворчал Знаменатель, и Числитель — в первый раз! — согласился с ним.

— Знаменательно! — воскликнул Числитель. — Знаменательно, что именно Целое Число делает нам замечание!

— А кто вам мешает стать целым числом? Сложитесь с какой-нибудь дробью.

— Ладно, обойдемся без ваших задач и примеров,— сказал Числитель, а Знаменатель, придвинувшись к Целому Числу, выразил эту мысль более категорически:

— Проваливай, пока цело!

Он был из низов и поэтому не особенно выбирал выражения.

Целое Число махнуло на них рукой и приступило к очередным задачам.

А Числитель и Знаменатель — призадумались. Потом Числитель нагнулся, постучал в черточку:

— Послушайте,— говорит,— может, нам и впрямь с другой дробью сложиться?

— Э, шалишь, брат,— возразил Знаменатель,— хватит с меня и одного числителя!

— Если уж на то пошло,— обиделся Числитель,— мне тоже одного знаменателя предостаточно.

Еще подумали.

Потом Знаменатель стал на цыпочки, постучал в черточку:

— Слышь, ты! А если нам так стать целым числом, без другой дроби?

— Можно попробовать,— соглашается Числитель.

Стали они пробовать. Числитель умножится на два, и Знаменатель — не отставать же! — тоже на два. Числитель на три — и Знаменатель на столько же.

Умножались, умножались, совсем изнемогли, а толку — никакого. Та же дробь — ни больше, ни меньше прежней.

— Стой! — кричит Знаменатель. — Хватит умножаться. Делиться давай. Так оно вернее будет.

Стали делиться.

Знаменатель на два — и Числитель на два, Знаменатель на три — и Числитель на столько же. А дробь — всё прежняя.

Так ничего из их действий и не получилось. Каждый остался при своем: Числитель сверху, Знаменатель — внизу, Знаменатель большой, Числитель — маленький. И опять ссорятся, опять помириться не могут.

Видно, разделяет их не только черточка.

## ТАБЛИЦА УМНОЖЕНИЯ

На последней странице тетради выстроилась таблица умножения. Строгие колонны чисел стоят, сомкнув ряды,

и готовы по первому знаку продемонстрировать свою силу и мощь любому ученику — от первого до десятого класса.

По первому знаку — это понятно. Ведь командует парадом Знак Равенства.

— Равняйтесь! — командует Знак Равенства.

И числа равняются.

Дважды два равняется четырем.

Трижды пять равняется пятнадцати.

Семью восемь равняется пятидесяти шести.

Вот какая здесь во всем точность!

В таблице умножения суровая дисциплина, но числа подчиняются ей легко и охотно. Разве можно не подчиниться дисциплине, которая существует под знаком равенства?

## ЗНАКИ

Стоит Пятерка в задачнике, что-то тихонько подсчитывает. Вокруг много знакомых цифр, они то и дело окликают Пятерку, спрашивают о здоровье, желают всего наилучшего.

И вдруг:

— Стой! Отдай половину!

Пятерка растерялась.

— Я стою, — забормотала она, — но почему вы так со мной разговариваете?

— А как с тобой разговаривать? Сказано — гони трояк, и баста! Или не узнала меня? Я — Минус!

Пятерка попятилась в ужасе. Она много слыхала об отчаянном и жестоком Минусе, атамане разбойников, которые держали в страхе весь задачник.

— Ну, давай, а то отниму! — сказал атаман, свирепо шевеля усами. Но Пятерка от испуга не могла двинуться.

Тогда Минус отнял у нее три единицы и пошел себе как ни в чем не бывало. Он шел и пел свою атаманскую песню:

Я считаю —

Нечего считать,

Я предпочитаю

Вы-чи-тать!

— Эге, да ты, я вижу, с прибытком! — вдруг окликнули его. — Ну-ка, что там у тебя, выкладывай!

Бравый атаман разбойников сразу узнал этот голос. Он съежился и хотел было проскочить мимо, но его бесцеремонно взяли за шиворот.

— Ты никак спешишь? — ласково спросил толстый Плюс, для верности дав Минусу по загривку. Известный в задачнике коммерсант и делец, Плюс сам ни у кого ничего не отнимал, он только складывал то, что отнимал Минус.

— Да нет, куда мне спешить, — стал оправдываться Минус. — Просто не заметил вас, извините.

— Ладно! — сказал Плюс. — Давай, сколько там у тебя?

Он взял три единицы, отнятые Минусом у Пятерки, отпустил атамана на все четыре стороны и пошел себе, напевая:

Я не сплю и не лежу,  
Я за цифрами слежу.  
Все они у меня в услужении.  
Всё, что хочешь, я сложу,  
Я ничем не дорожу,  
Потому что я служу  
**Сложению.**

Потом он остановился, чтобы прибавить новый заработок к прежней сумме, но ему помешали.

— Рад вас приветствовать! — сказал, подходя к нему, Знак Деления. — Кажется, у вас есть что разделить?

— Какое там есть! — несмело запротестовал Плюс. — Жалкие три единицы.

— Всякое деление благо, — сказал Знак Деления. — Делитесь и умножайтесь, как сказано в чистописании, то бишь, в арифметике.

— Но нас двое, — все еще сопротивлялся Плюс, — а три на два не делится.

— Не печальтесь, поделим. Дайте-ка сюда эту троицу.

Он взял три единицы и удалился, оставив Плюс в полном недоумении, каким же образом тройка делится на два.

Мать-и-матика! —  
тянул Знак Деления, уходя, —  
Мать-има...

— У вас отличное настроение! — сухо сказал ему Знак Умножения.

— О, я счастлив вас... — начал Знак Деления, но Знак Умножения его не слушал.

— Тут ко мне приходила Двойка, — продолжал он. — Она была Пятеркой, но ее ограбили. Позаботьтесь о ней — это по вашей части. И, кроме того, у вас что-то есть ко мне?

— Да так, ничего особенного,— замялся Знак Деления.— Пустяк... три единицы.

— Давайте их сюда,— сказал Знак Умножения. И затащил свою песенку.

Богатство нужно так нажить,  
Чтоб никого не потревожить.  
Умножить — значит, умно жить,  
А умно жить — умножить!

И, пряча полученные три единицы, крикнул вдогонку Знаку Деления:

— Так не забудьте об этой Пятерке! О той, которую ограбили!

### ВЕЛИЧИНА

Позавидовала Единица Десятке.

«Конечно, с такой кругленькой суммой, как этот нуль, я бы тоже кое-что значила!»

Поэтому, когда Единице удалось, наконец, обзавестись нулем, она не поставила его сзади себя, как Десятка, а выставила наперед — пусть, мол, все видят!

Получилось очень внушительно:

*0,1*

Потом какими-то путями Единица добыла еще один нуль. И тоже выставила его наперед — глядите, дескать, какие мы:

*0,01*

Единица стала входить во вкус. Она только и думала, как бы скопить побольше нолей, и, после долгих и мучительных усилий, ей удалось собрать их в большом количестве.

Теперь Единицу не узнать. Она стала важной, значительной — куда до нее какой-то Десятке!

Теперь Единица выглядит так:

*0,000000000001*

Вот какой величиной стала Единица!

**ПЕРЕЧЕНЬ СТАТЕЙ О ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЕ  
ПО МАТЕМАТИКЕ, ПОМЕЩЕННЫХ В ЖУРНАЛЕ  
«МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»**

**I.**

- Федорович Л.** Внеклассная работа по математике, 1940, № 4.
- Германович П. Ю.** Внеклассная работа по математике в 5—7 классах школы, 1951, № 4.
- Краснова З. К.** Опыт внеклассной работы, 1951, № 4.
- Терсков Е. Я.** Математический кружок и внеклассная работа по математике, 1951, № 4.
- Петров Е. А.** Внеклассная работа по математике, 1953, № 5.
- Можаяев А. И.** Внеклассная работа как средство расширения политического кругозора учащихся, 1954, № 3.
- Шапиро И. М.** О внеклассной работе по математике в сельской школе, 1957, № 3.
- Расин М. А.** Наш опыт внеклассной работы по математике, 1957, № 4.
- Зяблицкий В. В.** Школа юных математиков, 1963, № 1.
- Свирелкин М. А.** Юношеская математическая школа в Ярославле, 1963, № 3.
- Степанов И. Д.** Иркутская юношеская математическая школа, 1963, № 3.
- Вайнберг Б. Р.** Заочная математическая школа при Московском университете, 1964, № 5.
- Ротвейн И. М.** О республиканской заочной математической школе при МГУ, 1965, № 4.
- Симаков Л. И.** Юношеская математическая школа, 1966, № 4.
- Смирнов С. В.** Первые шаги юношеской математической школы, 1960, № 2.
- Гирсанов И. В. и Морозова Е. А.** Школы юных математиков, 1960, № 2.
- Белый Б. Н. и Бернштейн А. М.** Из опыта работы школьного «Общества любителей математики», 1960, № 2.
- Арсентьев П. В.** Клуб любознательных математиков, 1960, № 2.



**Белый Б. Н. и Бернштейн А. М.** Развитие инициативы и самостоятельности учащихся в процессе внеклассной работы по математике, 1962, № 2.

**Петропавловский В.** Внеклассная работа по математике в школе рабочей молодежи, 1962, № 3.

**Смирнов С. В.** Юношеская математическая школа при Ивановском пединституте, 1962, № 5.

**Нечепаяев Ю. П.** О школе юных математиков, 1962, № 5.

**Зельцман В. Б.** Первые годы работы юношеской математической школы, 1962, № 5.

**Вольпе Л. И. и Игошев И. А.** Городской физико-математический лекторий, 1965, № 4.

## II

**Бубис Л.** Работа математического кружка, 1940, № 3.

**Мирианашвили.** Работа математического кружка, 1940, № 3.

**Гутер Р.** Школьный математический кружок в Московском университете, 1940, № 3.

**Рулевич С. С.** Из опыта работы математического кружка, 1940, № 3.

**Евтушенко П.** Работа математического кружка, 1940, № 3.

**Овчаренко В.** Математический кружок в школе, 1940, № 3.

**Алмазова А.** Математический кружок, 1940, № 4.

**Вугман И.** Из опыта кружковой работы 6—7 классов, 1940, № 4.

**Кузнецов П.** Шесть лет работы математического кружка, 1940, № 3.

**Зарецкий М.** Кружок математической смекалки, 1946, № 2.

**Кронрод А. С. и др.** Школьный математический кружок при Московском государственном университете им. Ломоносова, 1947, № 2.

**Голайдо М. Н.** Математический кружок в семилетней школе, 1951, № 4.

**Лоповок Л. М.** Математический кружок в школе, 1951, № 4.

**Терсков Е. Я.** Математический кружок и внеклассная работа по математике, 1951, № 4.

**Разумов В. Г.** Из опыта работы школьного математического кружка, 1951, № 4.

**Васильев М. Г.** Опыт работы математического кружка десятых классов, 1953, № 5.

**Шор Я.** О кружковой работе по арифметике, 1953, № 5.

**Чистяков В. Д.** Из опыта работы школьных математических кружков, 1956, № 3.

**Карнацевич Л. С.** Из опыта руководства математическим кружком учащихся старших классов, 1956, № 3.

**Борздыко И. Д.** Из опыта работы математического кружка, 1956, № 3.

**Гладких Л. П.** Темы для занятий школьных математических кружков, 1956, № 3.

**Васильев Н. Б.** и др. Заочный математический кружок, 1966, № 4.  
**Теребенин И.** Приемы быстрого возведения в квадрат и извлечения квадратного корня, 1937, № 1.

**Годованик Р.** Формула Снеллиуса, 1939, № 2.

**Барановский Б.** Свойства сочетаний и квадрат Ферма, 1939, № 2.

**Чепцов А.** Признаки делимости на 11.

**Давидов Ю.** Об одном геометрическом способе решения уравнения высшей степени, 1939, № 3.

**Никольский А.** Полуправильные тела Архимеда, 1940, № 5.

**Чистяков И. И.** Решение некоторых трансцендентных уравнений, 1940, № 5.

**Шлегель Г.** Преобразование радикала  $\sqrt[3]{A+V\sqrt{B}}$ , 1940, № 5.

**Шоластер Н.** О вычислении числа  $\pi$ , 1940, № 5.

**Кириарский И. А.** Рациональные приемы быстрого умножения и деления, 1941, № 2.

**Александров П. С. и Колмогоров.** Иррациональные числа, 1941, № 3.

**Голубев В. А.** Устный счет в средней школе, 1946, № 3.

**Филоматинская.** Устные упражнения по математике как метод работы, 1946, № 4.

**Минковский В. Л.** Математические софизмы и их педагогическая роль, 1946, 5—6.

**Соминский И. С.** Решение математических задач способом ложного положения, 1948, № 5.

**Кириарский И. А.** Новый метод упрощенного умножения и возведения в квадрат, 1950, № 1, 2.

**Гайдук Ю. М.** Математические софизмы, 1952, № 6.

**Павлов В.** О комбинированных задачах на прогрессию, 1956, № 5.

**Гиленко Н. Д.** О существовании правильных многоугольников и многогранников на правильных сетках, 1960, № 5.

**Ясиновыи Э. А.** Иррациональность чисел вида  $\cos \frac{k}{n}\pi$ ,  $\sin \frac{k}{n}\pi$ ,  $\operatorname{tg} \frac{k}{n}\pi$ , 1960, № 5.

**Ефремович В. А.** Необычная арифметика или  $3 \times 3 = 2$ , 1962, № 1.

**Фридман Л. М. и Безгина М. А.** Любопытный способ деления целых чисел, 1962, № 1.

**Фомин Н. И.** Решение уравнений высших степеней с целыми коэффициентами, 1962, № 1.

**Никольский А. М.** Задачи, связанные с понятием стерадиана, 1962, № 1.

**Кудреватов Г. А.** Уравнения, содержащие неизвестное под знаком абсолютной величины, 1962, № 3.

**Вешеневский Л. С.** Формула для определения простого числа по его порядковому номеру, 1962, № 5.

**Маргулис Б. Е.** О способах вычислений, 1963, № 1.

Марнянский И. А. Некоторые применения производной, 1963, № 1.  
Орехов П. С. Правильные многогранники в ортогональной проекции, 1963, № 1.

Депман И. Я. Решение логических уравнений, 1963, № 5.

Дышинский Е. А. Игротека математического кружка, 1963, № 6.

Шустров С. С. О пифагоровых тройках, 1964, № 1.

Скопец З. А. Площадь треугольника Помпею, 1964, № 2.

Райхштейн Б. З. Задача об игре с урнами, 1964, № 3.

Зетель С. И. О некоторых свойствах прямоугольных треугольников, 1964, № 1.

Дырченко И. И. О проблемах «дальнего прицела» 1965, № 1.

Готман Э. Г. Несколько задач на максимум и минимум, 1965, № 1.

Михайлов К. Ф. Применение скалярного произведения к выводу метрических соотношений в круге, 1965, № 1.

Георгиевич Лазар. Применение векторов при решении задач, 1965, № 2.

Левитас Г. Г. Число  $e$ , 1965, № 2.

Годунова Е. К. и Левин В. И. Об одной комбинированной задаче, 1965, № 2.

Фус Н. И. Доказательство нескольких свойств круга, 1965, № 3.

Зетель С. И. Неравенство Финслера и Хадвигера и следствия из него, 1965, № 3.

Антонович Н. К. Математические игры для учащихся 5 классов, 1965, № 5.

Бузини З. Д. Комплексные числа и пифагоровы тройки, 1966, № 2.

### III.

Артемов А. К. О производственных экскурсиях в 8—10 классах, 1956, № 5.

Князева Е. В. Математические производственные экскурсии, 1956, № 5.

Жук И. И. Экскурсия в машинное бюро, 1956, № 5.

Лебедев В. П. Из опыта проведения экскурсии на производство, 1956, № 5.

Литюк С. Г. Из опыта проведения сельскохозяйственной экскурсии, 1956, № 5.

Бородаев М. М. Об экскурсиях по геометрии в промышленные предприятия, 1956, № 1.

Калюжка И. И. Опыт проведения экскурсии в машинное бюро, 1959, № 5.

Балк Г. Д. Математика на железной дороге, 1961, № 4.

### IV.

Сикорский К. П. Математический пионерский сбор, 1952, № 6.

Белов С. С. О математических пионерских сборах, 1953, № 5.

**Резников М. А.** Математический пионерский сбор в 5—6 классах, 1953, № 5.

**Чистяков В. Д.** Из опыта проведения математических вечеров в девярых и десятых классах, 1954, № 4.

**Чистяков В. Д.** Из опыта проведения математических вечеров, посвященных истории китайской математики, 1956, № 1.

**Чистяков В. Д.** Из опыта проведения математических вечеров, посвященных истории индийской математики, 1956, № 2.

**Глазунова В. Г.** О проведении математических вечеров, 1962, № 1.

## V.

**Фетисов А. И.** 9-я математическая олимпиада в Москве, 1947, № 1.

**Грацианская Л. Н.** Математические олимпиады и их проведение, 1956, № 3.

**Крылов А. А.** Наш опыт проведения математических олимпиад, 1961, № 1.

**Петраков И. С.** Растить молодые таланты, 1961, № 1.

**Петраков И. С.** Всероссийские математические олимпиады, 1961, № 4.

**Косихин А. С.** Математическая олимпиада в городе Новосибирске, 1961, № 5.

**Петраков И. С.** II Всероссийская математическая олимпиада, 1962, № 4.

**Эпштейн Л. А. и Кантор Б. Е.** Математические олимпиады школьников Карелии, 1965, № 4.

**Петраков И. С.** V Всероссийская, 1965, № 5.

**Дынкин Е. Б. и Яглом И. М.** Девятая математическая олимпиада учащихся Московских школ, 1947, № 3.

**Безматерных П.** Математическая олимпиада в Дамбукинской средней школе, 1949, № 3.

**Кованько А. С.** Математические олимпиады во Львове, 1949, № 3.

**Можаяев А. И.** Математическая олимпиада в Таганроге, 1949, № 4.

**Танатор И. Я.** XII-я математическая олимпиада учащихся средних школ Москвы, 1949, № 5, 6.

**Кованько А. С.** Математическая олимпиада в Львове в 1949/50 учебном году, 1950, № 5.

**Оберт А. М.** Математическая олимпиада в Омске, 1950, № 5.

**Филичев С. В.** Первая московская олимпиада по арифметике, 1950, № 5.

**Филичев С. В.** Вторая московская олимпиада по арифметике, 1951, № 5.

**Филичев С. В.** Третья московская городская олимпиада по арифметике, 1952, № 5.

**Губа Е. Д.** Первая математическая олимпиада в Сталинграде, 1951, № 2.

**Танатор И. Я.** 13-я московская математическая олимпиада, 1950, № 6.

**Неганов И. И.** Математическая олимпиада в Халтурине, 1951, № 5.

**Кованько А. С.** Математическая олимпиада в Львове, 1951, № 5.

**Грацианская Л. Н.** Математическая олимпиада юных математиков Киева, 1952, № 5.

**Гошлер М.** Первая республиканская олимпиада юных математиков Литовской ССР, 1952, № 5.

**Балакин В.** Городская математическая олимпиада школьников в Казани, 1952, № 5.

**Грацианская Л. Н.** Тексты некоторых заданий на Киевских городских математических олимпиадах 1946—1955 гг., 1956, № 3.

**Вейцман И. Б.** Математические олимпиады в Польше, 1957, № 3.

**Вейцман И. Б.** Задачи, предназначавшиеся к шестой математической олимпиаде в Польской Народной Республике, 1958, № 1.

**Гайдук Ю. М.** Математические олимпиады в Чехословакии, 1958, № 3.

**Куров В. А.** Задачи, предлагавшиеся на XI математической олимпиаде школьников в Куйбышеве, 1958, № 4.

**Изосимов Ю. А.** Задачи, предлагавшиеся на седьмой математической олимпиаде в Астрахани, 1958, № 5.

Задачи, предлагавшиеся на Всероссийской олимпиаде по математике учащимся 7—10 классов, 1961, № 4.

Решение задач, предлагавшихся на Всероссийской олимпиаде по математике учащимся 7—10 классов.

**Огневецкий И. И.** Задачи, предлагавшиеся учащимся 10 классов на математической олимпиаде в Днепропетровске в 1961 г., 1962, № 3.

**Крайзман М. Л.** Задачи, предлагавшиеся учащимся 7—10 классов на областной математической олимпиаде в Львове в (1961 г.) 1962, № 3.

**Петраков И. С.** Решение задач, предлагавшихся на второй Всероссийской олимпиаде по математике учащимся 8—11 классов, 1962, № 4.

Задачи, предложенные на VII математической олимпиаде в Киеве (1962 г.), 1963, № 2.

Решение задач, предлагавшихся на III Всероссийской математической олимпиаде.

**Степанов И. Д.** Заочная областная математическая олимпиада молодежи Иркутской области, 1964, № 4.

**Васильев Н. Б.** Решение задач, предлагавшихся на заключительном туре IV Всероссийской математической олимпиады, 1964, № 6.

**Васильев Н. Б.** Задачи 27 Московской математической олимпиады, 1965, № 3.

**Васильев Н. Б.** Решение задач V Всероссийской физико-математической олимпиады, 1965, № 5.

**Журавлев Б. В.** Международные математические олимпиады для учащихся, 1961, № 2.

**Журавлев Б. В.** Международные математические олимпиады для учащихся, 1962, № 3.

**Морозова Е. А. и Петраков И. С.** IV Международная математическая олимпиада, 1962, № 6.

**Морозова Е. А. и Петраков И. С.** V Международная математическая олимпиада, 1963, № 6.

**Морозова Е. А. и Петраков И. С.** VI международная математическая олимпиада, 1964, № 6.

**Морозова Е. А. и Петраков И. С.** VII Международная математическая, 1965, № 6.

### Статьи о выдающихся математиках и педагогах

**Адамар Жак**, 1964, № 2.

**Андронов Иван Кузьмич**, 1964, № 3.

**Аничков Дмитрий Сергеевич**, 1956, № 1.

**Александров Иван Иванович**, 1949, № 5.

**Александров Павел Сергеевич**, 1946, № 3.

**Астряб Александр Матвеевич**, 1963, № 2.

**Бари Нина Карловна**, 1954, № 5.

**Барсуков Александр Николаевич**, 1957, № 1.

**Бахвалов Сергей Владимирович**, 1964, № 1.

**Березанская Елизавета Савельевна**, 1961, № 2.

**Бескин Николай Михайлович**, 1965, № 1.

**Богушевский Константин Сергеевич**, 1965, № 1.

**Брадис Владимир Модестович**, 1961, № 3.

**Букреев Борис Яковлевич**, 1960, № 2.

**Буняковский Виктор Яковлевич**, 1954, № 5.

**Вашенко-Захарченко Михаил Егорович**, 1957, № 6.

**Вейерштрасс Карл**, 1966, № 3.

**Векуа Илья Нестерович**, 1964, № 4.

**Винер Норберт**, 1964, № 4.

**Выгодский Марк Яковлевич**, 1966, № 2.

**Галуа Эварист**, 1961, № 4.

**Гибш Исидор Аронович**, 1963, № 2.

**Глаголев Нил Александрович**, 1946, № 1.

**Голубев Василий Антонович**, 1961, № 4.

**Граве Дмитрий Александрович**, 1952, № 1.

**Гребенча Михаил Кузьмич**, 1948, № 6.

**Гурвиц Юлий Осипович**, 1953, № 4.

/Давидов Август Юльевич, 1954, № 4.  
 Депман Иван Яковлевич, 1967, № 1.  
 Депутатов Василий Никитич, 1948, № 5.  
 Дорф Петр Яковлевич, 1965, № 6.  
 Евтушевский Василий Андрианович, 1956, № 5,  
 Ермаков Василий Петрович, 1952, № 6.  
 Ефремов Василий Алексеевич, 1965, № 1.  
 Зерчанинов Николай Тимофеевич, 1953, № 2.  
 Зетель Семен Исаакович, 1966, № 1.  
 Знаменский Михаил Алексеевич, 1956, № 2.  
 Знаменский Михаил Алексеевич, 1959, № 5.  
 Келдыш Людмила Всеволодовна, 1965, № 2.  
 Келдыш Мстислав Всеволодович, 1961, № 4.  
 Киселев Андрей Петрович, 1941, № 2.  
 Ковалевская Софья Васильевна, 1953, № 2.  
 Колмогоров Андрей Николаевич, 1963, № 2.  
 Костин Василий Иванович, 1955, № 3.  
 Крылов Алексей Николаевич, 1965, № 1.  
 Лаврентьев Михаил Алексеевич, 1961, № 1.  
 Лагранж Жозеф Луи, 1961, № 4.  
 Ладыженская Ольга Александровна, 1965, № 5.  
 Ланков Александр Васильевич, 1954, № 2.  
 Ларичев Павел Афанасьевич, 1952, № 3.  
 Ларичев Павел Афанасьевич, 1963, № 3.  
 Лебединцев Константин Феофанович, 1954, № 1.  
 Литвинова Елизавета Федоровна, 1953, № 4.  
 Лобачевский Николай Иванович, 1956, № 3.  
 Лобачевский Николай Иванович, 1958, № 2.  
 Ломоносов Михаил Васильевич, 1961, № 5.  
 Лузин Николай Николаевич, 1965, № 3.  
 Лузин Николай Николаевич, 1963, № 3.  
 Ляпин Сергей Евгеньевич, 1963, № 5.  
 Магницкий Леонтий Филиппович, 1940, № 5.  
 Магницкий Леонтий Филиппович, 1953, № 2.  
 Калинин Александр Федорович, 1949, № 1.  
 Мальцев Анатолий Иванович, 1964, № 6.  
 Маракуев Николай Николаевич, 1949, № 3.  
 Марков Андрей Андреевич, 1952, № 5.  
 Митропольский Юрий Алексеевич, 1966, № 2.  
 Мордухай-Болтовской Дм. Дм., 1949, № 2.  
 Мухелишвили Николай Иванович, 1961, № 4.  
 Нетер Эми, 1965, № 2.  
 Никитин Николай Никифорович, 1962, № 2.  
 Новиков Петр Сергеевич, 1958, № 3.

Норберт Винер, 1964, № 4.  
Новиков Петр Сергеевич, 1961, № 6.  
Обреимов Василий Иванович, 1951, № 5.  
Олейник Ольга Арсеньевна, 1965, № 2.  
Осиповский Тимофей Федорович, 1965, № 5.  
Остроградский Михаил Васильевич, 1951, № 2.  
Остроградский Михаил Васильевич, 1962, № 3.  
Отрадных Филипп Прокопьевич, 1955, № 5.  
Перевозчиков Дмитрий Матвеевич, 1953, № 1.  
Перельман Яков Исидорович, 1958, № 3.  
Петровский Иван Георгиевич, 1961, № 3.  
Пиотровский Борис Брониславович, 1950, № 3.  
Погорелов Алексей Васильевич, 1950, № 4.  
Пономарев Семен Алексеевич, 1965, № 2.  
Поруженко Михаил Григорьевич, 1958, № 5.  
Прочухаев Василий Григорьевич, 1964, № 4.  
Рашевский Константин Николаевич, 1954, № 3.  
Сикорский Константин Петрович, 1966, № 3.  
Синцов Дмитрий Матвеевич, 1951, № 1.  
Соминский Илья Самуилович, 1963, № 2.  
Стеклов Владимир Андреевич, 1964, № 2.  
Страннолюбский Александр Николаевич, 1950, № 5.  
Торопов Константин Александрович, 1955, № 1.  
Фетисов Антонин Иванович, 1962, № 1.  
Филичев Стефан Васильевич, 1952, № 2.  
Фиников Сергей Павлович, 1964, № 3.  
Хинчин Александр Яковлевич, 1960, № 1.  
Чебышев Пафнутий Львович, 1946, № 3.  
Чекмарев Яков Федорович, 1966, № 6.  
Четверухин Николай Федорович, 1952, № 2.  
Чичигин Василий Григорьевич, 1957, № 1.  
Шевченко Иван Никитич, 1965, № 5.  
Шиманский Иван Евгеньевич, 1966, № 3.  
Шмидт Отто Юльевич, 1966, № 6.  
Щербина Константин Моисеевич, 1947, № 2.  
Эйлер Леонард, 1957, № 4.  
Юшкевич Адольф Павлович, 1966, № 4.  
Яновская Софья Александровна, 1965, № 2.



## ЛИТЕРАТУРА

Андреев А. А. Попробуй отгадай. Ташкент. Издательство ЦК ЛКСМ Узбекистана, 1962.

Балк М. Б. Организация и содержание внеклассных занятий по математике. М., Учпедгиз, 1956.

Берман Г. Н. Приемы счета. М.—Л., ГИТТЛ, 1950.

Берман Г. Н. Счет и число. М., ГИТТЛ, 1956.

Берман Г. Н. Циклида. М., ГИТТЛ, 1954.

Берман Г. Н. Число и наука о нем. М.—Л., Гостехиздат, 1949.

Брадис В. М. и Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях. Учпедгиз, 1938.

Васильев М. В. Путешествие в космос. М., Госкультпросветиздат, 1955.

Воронцов-Вельяминов Б. А. Астрономия, М., Учпедгиз, 1955.

Ван-дер-Варден. Пробуждающаяся наука. М., Физматгиз, 1959.

Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. М., «Наука», 1960.

Гарднер Мартин. Математические чудеса и тайны. Математические фокусы и головоломки, М., «Наука», 1964.

Гельфонд М. Б. и Павлович В. С. Внеклассная работа по математике в 8-летней школе. М., «Просвещение», 1965.

Германович П. Ю. Вопросы и задачи на соображение. Л., Учпедгиз, 1957.

Германович П. Ю. Математические викторины. М., Учпедгиз, 1959.

Германович П. Ю. Сборник задач по математике на соображение. М., Учпедгиз, 1960.

Гертберг С. М. Как люди научились считать. М.—Л., Госиздат, 1930.

Глейзер Г. И. История математики в школе. М., «Просвещение», 1964.

Гнеденко Б. В. Краткие беседы о зарождении и развитии математики. М.—Л., изд. Академии педагогических наук РСФСР, 1946.

Гнеденко Б. В. Очерки по истории математики в России. С.—Л., ГИТТЛ, 1946.

Депман И. Я. Возникновение системы мер и способов измерения величин. М., Учпедгиз, 1956.

- Депман И. Я. История арифметики. М., Учпедгиз, 1959.
- Депман И. Я. Мир чисел. Л., Детская литература, 1966.
- Депман И. Я. Рассказы о математике. Л., Детгиз, 1954.
- Депман И. Я. Рассказы о решении задач. Л., Детгиз, 1957.
- Доморяд А. П. Математические игры и развлечения. М., Государственное издательство физматлитературы, 1961.
- Жаботинский М. Е. и Радунская И. Л. Время, по которому мы живем. М., «Знание», 1962.
- Завельский Ф. С. Время и его измерение. М., Физматгиз, 1961.
- Игнатьев В. А. Внеклассная работа по арифметике в начальной школе. М., «Просвещение», 1965.
- Изосимов Ю. А. Математические олимпиады школьников. Астрахань, «Волга», 1962.
- Из опыта проведения внеклассной работы по математике в средней школе. Под редакцией Стратилатова. М., Учпедгиз, 1955.
- История отечественной математики. Т. I, Киев, Наукова Думна, 1966.
- Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Ч. I, М.—Л., ОНТИ, 1937.
- Колмогоров А. Н. О профессии математика. М., «Советская наука», 1954.
- Колосов А. А. Внеклассная работа по математике в старших классах. М., Учпедгиз, 1958.
- Колосов А. А. Книга для внеклассного чтения по математике для учащихся IX класса. М., Учпедгиз, 1960.
- Кордемский Б. А. Математическая смекалка. М., ГИТЛ, 1958.
- Кордемский Б. А. Очерки о математических задачах на смекалку. М., Учпедгиз, 1958.
- Кордемский Б. А. и Русалев Н. В. Удивительный квадрат. М.—Л., ГИТТЛ, 1952.
- Купицкий Р. В. День и ночь. Времена года. М., Гостехиздат, 1954.
- Линьков Г. И. Внеклассная работа по математике. М., «Просвещение», 1965.
- Литлвуд Д. Ж. Математическая смесь. М., Физматгиз, 1962.
- Литцман В. Великаны и карлики в мире чисел. М., Физматгиз, 1959.
- Литцман В. Веселое и занимательное о числах и фигурах. М., Физматгиз, 1963.
- Литцман В. Теорема Пифагора. М., Физматгиз, 1960.
- Лурье А. М. и Дышинский Е. А. В помощь учителю математики. Кудымкар, Коми-Пермяцкое книжное издат., 1960.
- Малыгин К. А. Элементы историзма в преподавании математики в средней школе. М., Учпедгиз, 1958.
- Математический кросс. Пермское книжное издат., 1962.

**Минковский В. Л.** За страницами учебника математики. М., Изд., «Просвещение», 1966.

**Молодший.** Основы учения о числе в XVIII веке. М., Учпедгиз, 1953.

**Мартынов Д. Я.** Века и мгновения. М., Изд-во Московского университета, 1961.

**Нагибин Ф. Ф.** Математическая шкатулка. М., Учпедгиз, 1958.

**Перельман Я. И.** Живая математика. М.—Л., ГИТТЛ, 1948.

**Перельман Я. И.** Занимательная алгебра. М., ГИТТЛ, 1955.

**Перельман Я. И.** Занимательная арифметика. Л., «Молодая гвардия», 1934.

**Перельман Я. И.** Занимательная геометрия. М.—Л., ГИТТЛ, 1951.

**Перельман Я. И.** Занимательная астрономия. М., «Наука», 1966.

**Подашев А. П.** Вопросы внеклассной работы по математике в школе. М., Учпедгиз, 1962.

**Полак Г. Б.** Занимательные задачи. М., Учпедгиз, 1948.

**Попов Г. Н.** Сборник исторических задач по элементарной математике. М.—Л., ОНТИ, 1938.

**Полак Н. Ф.** Время и календарь. М., Физматгиз, 1953.

**Полак Н. Ф.** Курс общей астрономии. М., Гостехиздат, 1955.

**Пять минут на размышление.** М., Государственное издательство культпросвет литературы, 1950.

**Прудников В. Е.** Русские педагоги-математики XVIII—XIX веков. М., Учпедгиз, 1956.

**Радемахер и Теплиц.** Числа и фигуры. М.—Л., ОНТИ, 1938.

**Рыбников К. А.** История математики. Изд. Московского университета, 1960.

**Серебровская Е. К.** Опыт внеклассной работы по математике в V—VII классах. М., Учпедгиз, 1954.

**Самгин Н. А.** Календарь, его значение и реформа. Госиздат, 1923.

**Селешников С. И.** История календаря и его предстоящая реформа. Лениздат, 1962.

**Таран Н. Г.** Математические вечера в школе. Майкоп, Адыгейское книжное издательство, 1964.

**Труднев В. П.** Считай, смекай, отгадывай. М., Учпедгиз, 1960.

**Цейтен Г. Г.** История математики в древности и в средние века. Л., ГОНТИ, 1939.

**Цейтен Г. Г.** История математики в XVI и XVII веках. М.—Л., ОНТИ, 1938.

**Чистяков В. Д.** Математические вечера в средней школе. М., Учпедгиз, 1958.

**Чистяков В. Д.** Рассказы о математиках. Минск, «Высшая школа», 1966.

**Чистяков В. Д.** Старинные задачи. Минск, «Высшая школа», 1966.

**Чистяков В. Д.** Три знаменитые задачи древности. М., Учпедгиз, 1963.

**Широков В. Ф.** Сборник арифметических задач на соображение. М., Учпедгиз, 1949.

**Шереметевский В. П.** Очерки по истории математики. М., Учпедгиз, 1940.

**Штейнгауз Г.** Математический калейдоскоп. М.—Л., ГИТТЛ, 1949.

**Штейнгауз Г.** Сто задач. М., изд. физ-мат литературы, 1959.

**Шустер Ф. М., Фельдман А. М., Гуревич В. Ю.** Сборник олимпиадных задач по математике. Минск, «Народная света», 1965.

**Шишков В. А.** Стражи времени. М., «Молодая гвардия», 1960.

**Шур Я. И.** Рассказы о календаре. М., Госполитиздат, 1962.

**Юному математику.** Кудымкар. Коми-Пермяцкое книжное издательство, 1960.

**Юшкевич А. П.** История математики в средние века. М., Физматгиз, 1961.

---

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>I. Организация математических вечеров . . . . .</b>	<b>3</b>
Темы вечеров . . . . .	—
Подготовка к вечеру . . . . .	4
Содержание вечера . . . . .	5
Мир чисел . . . . .	8
История математических символов . . . . .	13
Время и его измерение . . . . .	28
От Евклида до наших дней . . . . .	41
Как считали наши предки? . . . . .	47
Развитие математики в России . . . . .	—
<b>II. Материалы для организации вечера . . . . .</b>	<b>53</b>
Задачи-плакаты . . . . .	56
Математические игры и фокусы . . . . .	59
Аттракционы . . . . .	63
Задачи и головоломки . . . . .	71
Ребусы . . . . .	75
Игры, задачи со спичками . . . . .	77
Викторина (для учащихся младших классов) . . . . .	78
Викторина (для учащихся старших классов) . . . . .	80
Историко-математическая викторина . . . . .	84
Задачи для олимпиады . . . . .	91
Задачи для пригласительных билетов и математической кассы . . . . .	94
Ответы и указания . . . . .	128
Материал для проведения художественной части вечера . . . . .	145

ПЕТРОВА ФЕДОСЬЯ ГРИГОРЬЕВНА

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЕЧЕРА

Редакторы И. А. Шпилькин, М. В. Иванова. Обложка А. Николаичева.  
Художественный редактор И. А. Булдаков. Технический редактор  
З. З. Воронцова. Корректоры А. М. Вахрушева, Н. С. Суксиня.

Сдано в набор 20/II—1968 г. Подписано в печать 15/VIII—1968 г.  
Бумага 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Печ. л. 5,75 (9,6). Уч.-изд. л. 10,5. Тираж 50000 экз.  
Заказ № 0540. Цена 32 к.

Издательство «Удмуртия», г. Ижевск, Пастухова, 13.

Респ. тип. Управления по печати при Совете Министров УАССР,  
г. Ижевск, Пастухова, 13.